



**Mathématiques**

## **Statistiques descriptives**

**Exercices**

**Version 1.1.0**

[\*→ Document de référence\*](#)

# Table des matières

|          |                                                          |           |
|----------|----------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>MÉDIANE MOYENNE ÉCART TYPE</b>                        | <b>4</b>  |
| 1.1      | Amplitude, Classe modale et mode approximatif . . . . .  | 4         |
| 1.2      | Amplitude, Classe modale et mode exact . . . . .         | 5         |
| 1.3      | Moyenne . . . . .                                        | 6         |
| 1.4      | Médiane . . . . .                                        | 6         |
| 1.4.1    | Par les fréquence . . . . .                              | 6         |
| 1.4.2    | Par les effectifs . . . . .                              | 7         |
| 1.5      | Quartiles . . . . .                                      | 8         |
| 1.6      | Déciles . . . . .                                        | 8         |
| 1.7      | VARIANCE, ÉCART TYPE et INTERPRÉTATION . . . . .         | 9         |
| <b>2</b> | <b>Les indices</b>                                       | <b>10</b> |
| 2.1      | Question 1 . . . . .                                     | 10        |
| 2.1.1    | Énoncé . . . . .                                         | 10        |
| 2.1.2    | Solution . . . . .                                       | 10        |
| 2.2      | Question 2 . . . . .                                     | 10        |
| 2.2.1    | Énoncé . . . . .                                         | 10        |
| 2.2.2    | Solution . . . . .                                       | 10        |
| 2.3      | Laspeyres . . . . .                                      | 10        |
| 2.3.1    | Énoncé . . . . .                                         | 10        |
| 2.3.2    | Solution . . . . .                                       | 10        |
| 2.4      | Paashe . . . . .                                         | 10        |
| 2.4.1    | Énoncé . . . . .                                         | 10        |
| 2.4.2    | Solution . . . . .                                       | 10        |
| 2.5      | Fischer . . . . .                                        | 10        |
| 2.5.1    | Énoncé . . . . .                                         | 10        |
| 2.5.2    | Solution . . . . .                                       | 10        |
| <b>3</b> | <b>SUJET D'EXAMEN 2025</b>                               | <b>11</b> |
| 3.1      | Statistiques descriptives . . . . .                      | 11        |
| 3.1.1    | La moyenne statistique . . . . .                         | 11        |
| 3.1.2    | La classe modale et le mode . . . . .                    | 11        |
| 3.1.3    | La médiane par les effectifs ou les fréquences . . . . . | 11        |

|       |                                                                                      |                 |    |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----|
| 3.1.4 | Les quartiles (Q1 et Q3) par les effectifs ou les fréquences . . . . .               | WP-CMS. . . . . | 11 |
| 3.1.5 | La variance et l'écart-type . . . . .                                                |                 | 11 |
| 3.1.6 | Interpréter les résultats (moyenne, médiane et écart-type). . . . .                  |                 | 11 |
| 3.2   | Indices synthétiques . . . . .                                                       |                 | 12 |
| 3.2.1 | Calculez les indices synthétiques de Laspeyres, Paashe et Fisher (base 100). . . . . |                 | 12 |
| 3.2.2 | Commentez vos résultats . . . . .                                                    |                 | 12 |

# Chapitre 1

## MÉDIANE MOYENNE ÉCART TYPE

Variables 1 - Quantitatives Numériques exploitable mathématiquement. Elles s'expriment par un nombre. a) Discrètes Ce sont des nombres entiers b) Continues Ce sont des nombres compris dans un intervalle 2 - Qualitatives Non numérique non exploitable mathématiquement. Elles s'exprime par une qualité a) Nominale Ne peuvent pas être classées. Sexe, célibataire, professions b) Ordinales Peuvent être hiérarchisées : un avis, satisfait, très satisfait, insatisfait c) Binaires échec succès 3 - Temporelles a) Date b) heures

### 1.1. AMPLITUDE, CLASSE MODALE ET MODE APPROXIMATIF

---

Étude de l'ancienneté dans une entreprise.

| $x_i \Rightarrow [x_1 - x_2[$ | $n_i$       | - | - |
|-------------------------------|-------------|---|---|
| (Classes)                     | (Effectifs) |   |   |
| $[0 - 8[$                     | 15          |   |   |
| $[8 - 16[$                    | 24          |   |   |
| $[16 - 24[$                   | 14          |   |   |
| $[24 - 32[$                   | 18          |   |   |
| $[32 - 40[$                   | 9           |   |   |
| Total                         | 80          | - |   |

- Dans cet exemple l'amplitude des classes est de 8.  $8 - 0 = 8$ ;  $40 - 32 = 8$
- La classe modale correspond à l'effectif le plus élevé. Ici 24.
- La classe modale  $[8 - 16[$  donc le mode =  $\frac{8 + 16}{2} = 12$

**Étude de l'ancienneté dans une entreprise.**

|                               |             |   |   |
|-------------------------------|-------------|---|---|
| $x_i \Rightarrow [x_1 - x_2[$ | $n_i$       | - | - |
| (Classes)                     | (Effectifs) |   |   |
| $[0 - 8[$                     | 15          |   |   |
| $[8 - 16[$                    | 24          |   |   |
| $[16 - 24[$                   | 14          |   |   |
| $[24 - 32[$                   | 18          |   |   |
| $[32 - 40[$                   | 9           |   |   |
| Total                         | 80          | - |   |

• Dans cet exemple l'amplitude des classe est constante de 8.

• La classe modale correspond à l'effectif le plus élevé. Ici 24.

• La classe modale  $[8 - 16[$

• Mode =  $M_o = x_1 + \frac{a_i - a_{i-1}}{(a_i - a_{i-1}) + (a_i - a_{i+1})} * (x_2 - x_1)$  avec  $x_1 = 8$ ,  $x_2 = 16$  et  $a_i = 24$

$$\Rightarrow M_o = 8 + \frac{24 - 15}{(24 - 15) + (24 - 14)} * (16 - 8) \Rightarrow M_o = 11,8$$

|                               |             |              |                |                       |
|-------------------------------|-------------|--------------|----------------|-----------------------|
| $x_i \Rightarrow [x_1 - x_2[$ | $n_i$       | $a_i$        | $n_i \div a_i$ | $(n_i \div a_i) * 10$ |
| (Classes)                     | (Effectifs) | (Amplitudes) | (Amplitudes 1) | (effectifs rectifiés) |
| $[0 - 10[$                    | 25          | 10           | 2,5            | 25                    |
| $[10 - 20[$                   | 30          | 10           | 3              | 30                    |
| $[20 - 25[$                   | 15          | 5            | 3              | 30                    |
| $[25 - 30[$                   | 24          | 5            | 4,8            | 48                    |
| $[30 - 40[$                   | 6           | 10           | 0,6            | 6                     |
| Total                         | 100         | -            |                |                       |

• Dans cet exemple l'amplitude des classe est différente.

• La classe modale correspond à l'effectif le plus élevé. Ici 48.

• La classe modale  $[25 - 30[$

• Mode =  $M_o = x_1 + \frac{a_i - a_{i-1}}{(a_i - a_{i-1}) + (a_i - a_{i+1})} * (x_2 - x_1)$  avec  $x_1 = 25$ ,  $x_2 = 30$  et  $a_i = 48$

$$\Rightarrow M_o = 25 + \frac{48 - 30}{(48 - 30) + (48 - 6)} * (30 - 25) \Rightarrow M_o = 26,5$$

## Étude de l'ancienneté dans une entreprise.

| $x_i$     | $n_i$       | $\mathcal{C}_i$      | $Fi = (n_i \div \sum n_i) * 100$ | $\mathcal{C}_i * Fi$ | $n_i * \mathcal{C}_i$ |
|-----------|-------------|----------------------|----------------------------------|----------------------|-----------------------|
| (Classes) | (Effectifs) | (centre des classes) | (Fréquence)                      |                      |                       |
| [0 – 8[   | 15          | 4                    | 18,75                            | 0,75                 | 60                    |
| [8 – 16[  | 24          | 12                   | 30                               | 3,60                 | 288                   |
| [16 – 24[ | 14          | 20                   | 17,5                             | 3,50                 | 280                   |
| [24 – 32[ | 18          | 28                   | 22,5                             | 6,30                 | 504                   |
| [32 – 40[ | 9           | 36                   | 11,25                            | 4,05                 | 324                   |
| -         | 80          |                      | 100                              | 18,20                | 1456                  |

- Méthode simple :  $\bar{X} = \frac{\sum n_i \mathcal{C}_i}{\sum n_i} \Rightarrow \bar{X} = \frac{1456}{80} \Rightarrow \bar{X} = 18,20$
- Méthode complexe : **La moyenne 18,20**
- L'ancienneté des employés est en moyenne de 18 ans et 20 % d'une année.

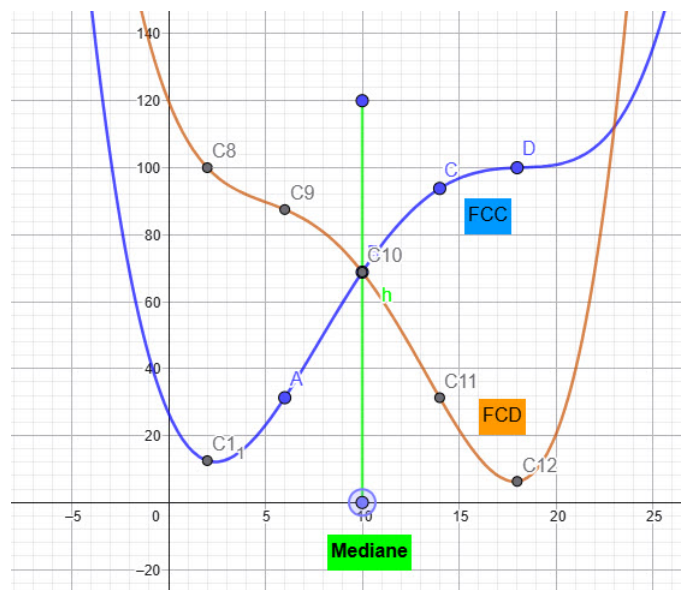
## 1.4. MÉDIANE

## 1.4.1 Par les fréquences

## Étude de l'ancienneté dans une entreprise.

| $x_i$     | $n_i$       | $\mathcal{C}_i$      | $Fi = (n_i \div \sum n_i) * 100$ | $FCC \nearrow \%$ | $FCD \searrow \%$ |
|-----------|-------------|----------------------|----------------------------------|-------------------|-------------------|
| (Classes) | (Effectifs) | (centre des classes) | (Fréquence)                      |                   |                   |
| [0 – 8[   | 15          | 4                    | 18,75                            | 100               |                   |
| [8 – 16[  | 24          | 12                   | 30                               | 48,75             | 81,25             |
| [16 – 24[ | 14          | 20                   | 17,5                             | 66,25             | 51,25             |
| [24 – 32[ | 18          | 28                   | 22,5                             | 88,75             | 33,75             |
| [32 – 40[ | 9           | 36                   | 11,25                            | 100               | 11,25             |
| -         | 80          |                      |                                  |                   |                   |

- Calculer  $\mathcal{M} = 50\%$  pour trouver la classe par rapport à  $FCC \Rightarrow \mathcal{M} = 50$
- Chercher  $\mathcal{R}$  dans la colonne  $FCC$  on trouve  $\mathcal{M} \in [f(x_1); f(x_2)]$  Soit **[48,75; 66,25]**
- Chercher ensuite la classe correspondante dans la colonne  $x_i$  on trouve  $\mathcal{M} \in [x_1; x_2]$  Soit  **$\in [16 - 24]$**
- Appliquer la formule :  $\frac{\mathcal{M} - x_1}{\mathcal{M} - f(x_1)} = \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)} \Rightarrow \frac{\mathcal{M} - 16}{50 - 48,75} = \frac{24 - 16}{66,25 - 48,75} \Rightarrow \mathbf{M = 16,57}$
- L'ancienneté des employés est en moyenne de 16 ans et 7 mois. Donc 50 % des employés ont mois de 16 ans et 7 mois d'ancienneté.



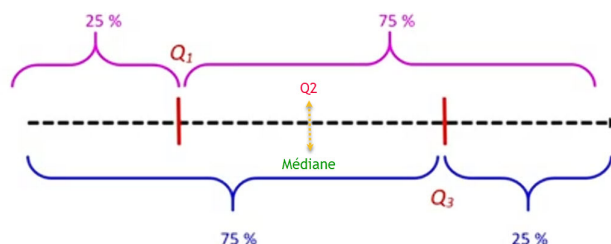
### 1.4.2 Par les effectifs

Étude de l'ancienneté dans une entreprise.

| $x_i$<br>(Classes) | $n_i$<br>(Effectifs) | $\mathcal{C}_i$<br>(centre des classes) | $Fi = (n_i \div \sum n_i) * 100$ | $ECC \nearrow \%$ | $ECD \searrow \%$ |
|--------------------|----------------------|-----------------------------------------|----------------------------------|-------------------|-------------------|
| $[0 - 8[$          | 15                   | 4                                       |                                  | 15                | 80                |
| $[8 - 16[$         | 24                   | 12                                      |                                  | 39                | 65                |
| $[16 - 24[$        | 14                   | 20                                      |                                  | 53                | 41                |
| $[24 - 32[$        | 18                   | 28                                      |                                  | 71                | 27                |
| $[32 - 40[$        | 9                    | 36                                      |                                  | 80                | 9                 |
| -                  | 80                   |                                         |                                  |                   |                   |

- Calculer  $\mathcal{R} = \frac{N}{2} = 40$  pour **identifier** l'intervalle des notes par rapport à  $ECC$
- Chercher  $\mathcal{R}$  dans la colonne  $ECC$ , on trouve  $\mathcal{R} \in [f(x_1); f(x_2)]$  Soit  $[39; 53]$
- Faire correspondre l'intervalle correspondant dans la colonne  $x_i$  on trouve  $\mathcal{R} \in [x_1; x_2]$  Soit  $\in [16 - 24]$
- Appliquer la formule :  $\frac{M - x_1}{\mathcal{R} - f(x_1)} = \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)} \Rightarrow \frac{M - 16}{40 - 39} = \frac{24 - 16}{53 - 39} \Rightarrow M = 16,6$
- L'ancienneté des employés ont moins de 9 ans et 8 mois d'ancienneté.

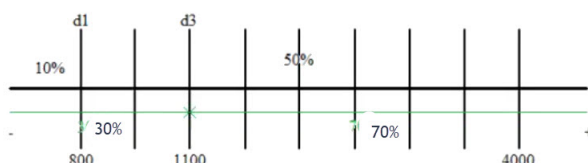
## 1.5. QUARTILES



| $x_i$     | $n_i$ | $\mathcal{C}_i$ | $Fi = (n_i \div \sum n_i) * 100$ | $FCC \nearrow \%$ | $FCD \searrow \%$ |
|-----------|-------|-----------------|----------------------------------|-------------------|-------------------|
| [0 – 8[   | 15    | 4               | 18,75                            | 18,75             |                   |
| [8 – 16[  | 24    | 12              | 30                               | 48,75             |                   |
| [16 – 24[ | 14    | 20              | 17,5                             | 66,25             |                   |
| [24 – 32[ | 18    | 28              | 22,5                             | 88,75             |                   |
| [32 – 40[ | 9     | 36              | 11,25                            | 100               |                   |
| -         | 80    |                 |                                  |                   |                   |

- **Quartile Q1** = 25 %  $\Rightarrow \frac{Q_1 - 8}{25 - 18,75} = \frac{16 - 8}{48,75 - 18,75} \Rightarrow Q_1 = 9,67$
- 25 % des employés ont en moyenne une ancienneté de 9 ans et 8 mois.
- **Quartile Q3** = 75 %  
 $\Rightarrow \frac{Q_3 - 24}{75 - 66,25} = \frac{32 - 24}{88,75 - 66,25} \Rightarrow Q_3 = 27,11$
- 25 % des employés ont une ancienneté inférieure à 27 ans et 1 mois.

## 1.6. DÉCILES



| $x_i$     | $n_i$ | $\mathcal{C}_i$ | $Fi = (n_i \div \sum n_i) * 100$ | $FCC \nearrow \%$ | $FCD \searrow \%$ |
|-----------|-------|-----------------|----------------------------------|-------------------|-------------------|
| [0 – 8[   | 15    | 4               | 18,75                            | 18,75             |                   |
| [8 – 16[  | 24    | 12              | 30                               | 48,75             |                   |
| [16 – 24[ | 14    | 20              | 17,5                             | 66,25             |                   |
| [24 – 32[ | 18    | 28              | 22,5                             | 88,75             |                   |
| [32 – 40[ | 9     | 36              | 11,25                            | 100               |                   |
| -         | 80    |                 |                                  |                   |                   |

- **Décile D9** = 90 %  $\Rightarrow \frac{D_9 - 32}{90 - 88,75} = \frac{40 - 32}{100 - 88,75} \Rightarrow D_9 = 32,9$
- 90 % des employés ont une ancienneté inférieure à 32 ans et 11 mois.

## 1.7. VARIANCE, ÉCART TYPE ET INTERPRÉTATION

WP-CMS

| $x_i$       | $n_i$ | $C_i$ | $C_i - \bar{X}$ | $(C_i - \bar{X})^2$ | $n_i * (C_i - \bar{X})^2$ |
|-------------|-------|-------|-----------------|---------------------|---------------------------|
| $[0 - 8[$   | 15    | 4     | -14,20          | 201,64              | 3024,60                   |
| $[8 - 16[$  | 24    | 12    | -6,20           | 38,44               | 922,56                    |
| $[16 - 24[$ | 14    | 20    | 1,80            | 3,24                | 45,36                     |
| $[24 - 32[$ | 18    | 28    | 9,80            | 96,04               | 1728,72                   |
| $[32 - 40[$ | 9     | 36    | 17,80           | 316,84              | 2851,56                   |
| -           | 80    |       |                 |                     | 8572,80                   |

Rappel  $\bar{X} = 18,20$

### Variance :

- $V = \frac{\sum n_i (C_i - \bar{X})^2}{N}$
- Variance  $V = \frac{8572,80}{80} = 107,16 \Rightarrow V = 107,16$

### Écart type :

- $\sigma = \sqrt{V}$
- Écart type  $\sigma = \sqrt{107,16} \Rightarrow \sigma = 10,35$

### Interprétation :

- L'écart type 10,35 s'interprète par rapport à la moyenne 18,20. Il représente la dispersion par rapport à la moyenne.

| $\bar{X} + \sigma$                                                 | $\bar{X}$        | $\bar{X} - \sigma$ |
|--------------------------------------------------------------------|------------------|--------------------|
| -                                                                  | Moyenne          | -                  |
| 7 ans et 2 mois                                                    | 12 ans et 2 mois | 28 ans 6 mois      |
| L'ancienneté de la majorité des employés est dans cette fourchette |                  |                    |

## Chapitre 2

# Les indices

### 2.1. QUESTION 1

---

2.1.1 *Énoncé*

2.1.2 *Solution*

### 2.2. QUESTION 2

---

2.2.1 *Énoncé*

2.2.2 *Solution*

### 2.3. LASPEYRES

---

2.3.1 *Énoncé*

2.3.2 *Solution*

### 2.4. PAASHE

---

2.4.1 *Énoncé*

2.4.2 *Solution*

### 2.5. FICHER

---

2.5.1 *Énoncé*

2.5.2 *Solution*

## Chapitre 3

# SUJET D'EXAMEN 2025

### 3.1. STATISTIQUES DESCRIPTIVES

---

(Arrondir à  $10^{-1}$ )

On dispose des résultats d'une enquête concernant les âges, de 18 à 60 ans, des membres d'une association culturelle installée au Creusot en Saône-et-Loire.

| $X_i$     | $n_i$ | - | - |
|-----------|-------|---|---|
| [18 – 20[ | 10    | - | - |
| [20 – 25[ | 30    | - | - |
| [25 – 30[ | 60    | - | - |
| [30 – 40[ | 80    | - | - |
| [40 – 50[ | 100   | - | - |
| [50 – 60[ | 20    | - | - |

Calculer :

**3.1.1** *La moyenne statistique*

**3.1.2** *La classe modale et le mode*

**3.1.3** *La médiane par les effectifs ou les fréquences*

**3.1.4** *Les quartiles ( $Q1$  et  $Q3$ ) par les effectifs ou les fréquences*

**3.1.5** *La variance et l'écart-type*

**3.1.6** *Interpréter les résultats (moyenne, médiane et écart-type).*

## 3.2. INDICES SYNTHÉTIQUES

WP-CMS

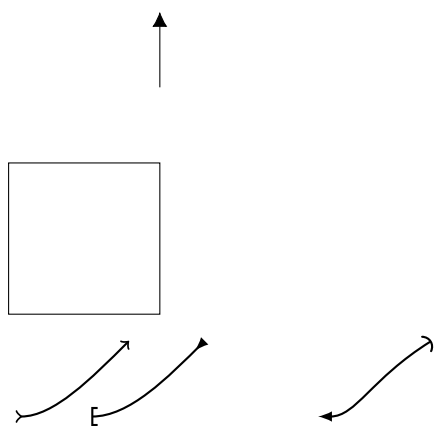
(Arrondir à  $10^{-2}$ )

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la consommation d'un ménage, résumée par trois postes de dépenses, entre deux période 2020 et 2023.

| Indicateurs | 2020 |        | 2023 |        | - |     |
|-------------|------|--------|------|--------|---|-----|
| -           | Q    | P      | Q    | P      | Q | P   |
| Aliments    | 100  | 1,20 € | 110  | 1,90 € | - | - € |
| Boissons    | 50   | 2,50 € | 65   | 3,20 € | - | - € |
| Divers      | 60   | 2,00 € | 100  | 2,40 € | - | - € |

**3.2.1 Calculez les indices synthétiques de Laspeyres, Paashe et Fisher (base 100).**

**3.2.2 Commentez vos résultats**



Courbe d'étalonnage

