π

WP-CMS

Mathématiques

Les équations

Exercices-partie-01

Numéro 01

Documents de référence :

⟼

⟼

⟼

⟼

1 Plan du document

2 Les équations :

WP-CMS

2.1 Troisième :

2.1.1 Équations

1. On passe les termes contenant des x à gauche du = et les termes formés de nombres à droite du =. Lorsqu'on change un terme de côté, on change son signe (le signe qui est devant lui). Par exemple, $4x+5 = 13+2x \Rightarrow 4x-2x = 13-5$
2. On réduit les expressions littérales obtenues. $4x-2x = 13-5 \Rightarrow 2x = 8$
3. On divise les deux côtés par le nombre qui est devant x , y compris s'il est négatif. Pour notre exemple, on obtient $x \div 2$ donc $x = 4$. Si on avait eu $-7x = 14$, on aurait calculé $x = 14 \div (-7)$.

Exercice 01 :

-3 est-il solution de l'équation $x^2 + 9 = 0$

Exercice 02 :

Quelle est la solution de l'équation $5x - 20 = -15$

Exercice 03 :

Quelle est la solution de l'équation $-2x - 29 = -7$

Exercice 04 :

Quelle est la solution de l'équation $-5x - 25 = -10x + 5$

Exercice 05 :

Si ax+b=c alors : $x =$

Réponse 01 :	$'équationn'estpasvérifiéedonc-3n'estpassolution.$
Réponse 02 :	$x = 1.$
Réponse 03 :	$x = -11.$
Réponse 04 :	$x = 6.$
Réponse 05 :	$x = \dfrac{c-b}{a}.$

Exercice 06 :

Si -ax+b=c alors x= :

Exercice 07 :

Quelle est la solution de l'équation $\frac{2}{3}x + \frac{1}{5} = \frac{3}{4}x + \frac{1}{3}$

Exercice 08 :

Quelle est la solution de l'équation $\dfrac{2+x}{3} = \dfrac{4+x}{4}$

Exercice 09 :

Quelle est la solution de l'équation $1 + 3x(x-5) = x(7+3x) - 6$

Exercice 10 :

Quelle est la solution de l'équation $(x+1)(x-4) = (x-2)(x-3)$

Réponse 06 : $x = \dfrac{b-c}{a}$.

Réponse 07 : $x = -\dfrac{8}{5}$.

Réponse 08 : $x = 4$.

Réponse 09 : $x = \dfrac{7}{22}$.

Réponse 10 : $x = 5$.

Exercice 01 :

Écris la solution de l'équation $3(7x-4)-5(2x-1)=6$ sous la forme d'une fraction irréductible

Exercice 02 :

Écris la solution de l'équation $3(7x-4)-5(2x-1)^2=2(3-10x^2)$ sous la forme d'une fraction irréductible

Réponse 01 : $x = \dfrac{13}{11}$.

Réponse 02 : $x = \dfrac{23}{41}$.

2.1.2 Inéquations

1 - Une inéquation se résout comme une équation

2 - Mais à la dernière étape, SI **le nombre devant x est négatif** (et que l'on doit donc diviser par un nombre négatif) **il faut changer le sens de l'inégalité**. $<$ devient $>$ et $>$ devient $<$

Exercice 01 :

Comment peut-on écrire l'ensemble des nombres x tels que $x \leqslant 2$

Exercice 02 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $2x+4>8$

Exercice 03 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $5x-20>15x-30$

Exercice 04 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $\frac{1}{4}x-\frac{1}{3}>\frac{1}{2}x-1$

Exercice 05 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $-3(x-1)+2<x+4$

Réponse 01 :	$]-\infty;2]$.
Réponse 02 :	$x>2$ donc $]2,+\infty[$.
Réponse 03 :	$x<1$ donc $]-\infty;1[$.
Réponse 04 :	$x<\frac{8}{3}$ donc $\left]-\infty;\frac{8}{3}\right[$.
Réponse 05 :	$x>\frac{1}{4}$ donc $\left]\frac{1}{4};+\infty\right[$.

Exercice 06 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $(x+4)(x-5)<(x-4)(x+2)$

Exercice 07 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $(x+5)^2-(x-2)(x+2)<-1$

Exercice 08 :

Résous l'inéquation $(5-5x)^2>(1+5x)^2$ puis écris les solutions sous la forme $x<\frac{a}{b}$ avec $\frac{a}{b}$ une fraction irréductible.

Exercice 09 :

Résous l'inéquation $x^2(5x-6)^2(1-x)<0$ puis écris les solutions sous la forme $x>a$.

Exercice 10 :

Résous l'inéquation $3x^{11}-9^{10}>0$ puis écris les solutions sous la forme $x>a$

Réponse 06 :	$x<12$ donc $]-\infty;12[$.
Réponse 07 :	$x<-3$ donc $]-\infty;-3[$.
Réponse 08 :	$x<\frac{2}{5}$.
Réponse 09 :	$Expression<0X>1$.
Réponse 10 :	$x>3$.

2.2 Seconde :

2.2.1 Équations

Pour résoudre une équation du deuxième degré :

1 - On passe tous les termes à gauche du =. 2 - On factorise l'expression obtenue en utilisant un facteur commun ou une identité remarquable.

Rappel : $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ et $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$.

3 - On résout l'équation-produit obtenue.

Exercice 01 :

Quelles sont les solutions de l'équation $x^2 = 64$

Exercice 02 :

Quelles sont les solutions de l'équation $16x^2 = 4$ Écris les résultats sous la forme de fractions.

Exercice 03 :

Quelles sont les solutions de l'équation $x^2 = 20x$

Exercice 04 :

Quelles sont les solutions de l'équation $x^2+x+1 = 1$

Exercice 05 :

Quelles sont les solutions de l'équation $(x+5)^2 = 10x+29$

Réponse 01 : $x = -8$ et $x = +8$.

Réponse 02 : $x = -\frac{1}{2}$ et $x = +\frac{1}{2}$.

Réponse 03 : $x =$ et $x = 20$.

Réponse 04 : $x = -1$ et $x = 0$.

Réponse 05 : $x = -2$ et $x = 2$.

Exercice 06 :

Quelles sont les solutions de l'équation $(x+1)^2 = (x+1)(2x-2)$

Exercice 07 :

Quelles sont les solutions de l'équation $(x+1)^2 = 4(3x+3)$

Exercice 08 :

Quelles sont les solutions de l'équation $(8x-9)^2 = (x-1)^2$ Écris les solutions sous la forme de fractions.

Réponse 06 : $x = -1$ et $x = 3$.

Réponse 07 : $x = -1$ et $x = 11$.

Réponse 08 : $x = \frac{10}{9}$ et $\frac{8}{7}$.

2.2.2 Inéquations

Pour résoudre une inéquation du deuxième degré :

1 - On passe tous les termes à gauche du = afin d'avoir 0 à droite.

2 - On factorise l'expression obtenue en utilisant un facteur commun ou une identité remarquable.

Rappel : $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ et $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$.

3 - On fait un tableau de signes.

4 - On lit les solutions sur la dernière ligne du tableau.

Exemple 1 : $x^2+x-1>0$ [**Forme canonique**]

- On calcule le nombre : $\Delta = 1+4 = 5$ || - On regarde le signe de Δ || * Ici Δ est positif

$\Rightarrow$ Deux solutions : $x_1 = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

Solutions : $S =]-\infty; x_1] \bigcup [x_2; +\infty[$

Exemple 2 : $\dfrac{(x^2-10x+25)}{4-x^2}$ [Quotient]

1] Factorisation : Numérateur : $(x^2-10x+25) \Rightarrow (x-5)^2$ || Dénominateur : $(4-x^2) \Rightarrow (x+2)(x-2)$

2] Étude du signe :

$x-5 \leqslant 0$	$x+2 \leqslant 0$	$x-2 \leqslant 0$
$x-5 \leqslant 0$	$x+2 \leqslant 0$	$x-2 \leqslant 0$
$x \leqslant 5$	$x \leqslant -2$	$x \leqslant +2$

Note importante : SI $-2x \leqslant 3$ Alors $x \geqslant \dfrac{-3}{2}$ Rappel $1<2$ et $-1>-2$

3] Tableau de résolution :

x	$-\infty$		-2		$+2$		$+5$		$+\infty$
$(x-5) \leqslant 0$	·	$-$		$-$		$-$	0	$+$	·
$(x+2) \leqslant 0$	·	$-$	0	$+$		$+$		$+$	·
$(x-2) \leqslant 0$	·	$-$		$-$	0	$+$		$+$	·
$\leqslant 0$	·	$-$				$-$			·

Raisonnement : Pour que l'expression soit $\leqslant$ alors pour $(x-5)$ il faut que $x \leqslant 5$ cf. le tableau des signes.

Solutions : $S =]-\infty; -2[\bigcup]2; +5]$

Exercice 01 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $(x-2)(x+4) \geqslant 0$ + Tableau des signes.

Exercice 02 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $(x+4)(5-x)(-x+6) \geqslant 0$ + Tableau des signes.

Exercice 03 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $\dfrac{10-5x}{(1-x)(1+x)} \geqslant 0$ + Tableau des signes.

Exercice 04 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $\dfrac{x^2-5}{x} \leqslant 0$ + Tableau des signes.

Exercice 05 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $\dfrac{x^2-10}{x} \geqslant 0$ + Tableau des signes.

Réponse 01 :	$]-\infty;-4]\bigcup[2;+\infty[$.
Réponse 02 :	$[-4;5]\bigcup[6;+\infty[$.
Réponse 03 :	$]-1;1[\bigcup[2;+\infty[$.
Réponse 04 :	$\left]-\infty;-\sqrt{5}\right]\bigcup\left]0;\sqrt{5}\right]$.
Réponse 05 :	$\left[-\sqrt{10};0\right[\bigcup\left[\sqrt{10};+\infty\right[$.

Exercice 06 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $(x-9)(x+1)+(x-9)(x-5) \geqslant 0$ + Tableau des signes.

Exercice 07 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $(x+2)^2-(x+2)(2x+9) \geqslant 0$ + Tableau des signes.

Exercice 08 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $\dfrac{1}{x^2+x} \geqslant 0$ + Tableau des signes.

Exercice 09 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $(x+5)^2-5(x+5) < 5x^2$ + Tableau des signes. ou $\leqslant$?

Exercice 10 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $\dfrac{x^2+4x+4}{x^2-9}$ + Tableau des signes.

Réponse 06 :	$]-\infty;2]\bigcup[9;+\infty[$.
Réponse 07 :	$[-7;-2]$.
Réponse 08 :	$]-\infty;-1[\bigcup]0;+\infty[$.
Réponse 09 :	$]-\infty;0[\bigcup\left]\dfrac{5}{4};+\infty\right[$.
Réponse 10 :	$]-3;3[$.

2.2.3 Systèmes d'équations

On peut au choix utiliser la **méthode de substitution** ou **des combinaisons linéaires**.

Exercice 01 :

Le couple $-2;-3$ est-il solution du système $\begin{cases} 4x-2y=2 \\ 6x+y=-9 \end{cases}$

Exercice 02 :

On veut résoudre le système $\begin{cases} 6x+3y=9 \\ 5x-5y=1 \end{cases}$ [substitution] $y=$

Exercice 03 :

$\begin{cases} -5x-3y=13 \\ 9x-3y=-15 \end{cases}$ [substitution] $y=3x+5$

Exercice 04 :

$\begin{cases} 3x-2y=41 \\ 15x+5y=-35 \end{cases}$ [méthode des combinaisons linéaires.]

Par quel nombre commence t-on par multiplier les termes de la première équation ?

Exercice 05 :

$\begin{cases} 4x+7y=20 \\ -x+14y=5 \end{cases}$ et $y=3x+5$ [méthode des combinaisons linéaires.]

On multiplier les termes de la première équation par 2

Réponse 01 :	$Non.$
Réponse 02 :	$y=3-2x.$
Réponse 03 :	$x=2.$
Réponse 04 :	$multipliepar5.$
Réponse 05 :	$x=\dfrac{35}{9}.$

Exercice 06 :

Solution de : $\begin{cases} 2x+3y=-5 \\ -x-y=1 \end{cases}$

Exercice 07 :

2 shorts et 1 tee-shirt coutent 41 euros. 1 short avec 3 tee-shirts coûtent 53 euros.

Posons x="le prix d'un tee-shirt" et y="le prix d'un short". Quel est le prix d'un short ?

Exercice 08 :

Dans une boulangerie, 4 pains et 3 baguettes coûtent 10,3 euros. 2 pains et 1 baguette coûtent 4,5 euros.

Posons x="le prix du pain" et y="le prix de la baguette". Combien coûte une baguette ?

Exercice 09 :

Solution de $\begin{cases} -(x-1)+1=-2(-2y+2) \\ -3(y+2x)=-2(-y-x)+6 \end{cases}$

Exercice 10 :

Solution de $\begin{cases} \dfrac{2x+5}{3}+\dfrac{3y-1}{5}=\dfrac{11}{15} \\ \dfrac{3x-2}{5}+\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{9}{10} \end{cases}$

Réponse 06 : $x = 2$ et $y = -3$.

Réponse 07 : $short = 14$£.

Réponse 08 : $baguette = 1,3$£.

Réponse 09 : $x = -2$ et $y = 2$.

Réponse 10 : $y = 1$ et $x = -2$.

Exercice 11 :

Solution de $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{6}y = 3 \\ -x - \sqrt{5}y = 1 \end{cases}$. Combien vaut y?

Réponse 11 : $x = -1 - \sqrt{5}y$ et $y = \dfrac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{10}}$.

2.3 Première :

2.3.1 Équations du deuxième degré

$ax^2 + bx + c$ [**Forme canonique**]

- On calcule le nombre : $\Delta = b^2 - 4ac$ || On regarde le signe de Δ

* Si $\Delta < 0$ Alors l'équation n'a pas de solution. || *Si* a*, coefficient directeur >0 les branches tournées vers le haut.*

* Si $\Delta = 0$ Alors l'équation possède 1 solution : $x = -\dfrac{b}{a}$

*Si $\Delta > 0$ Alors , l'équation possède 2 solutions : $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

Exercice 01 :

Pour connaître le nombre de solutions d'une équation du deuxième degré, il faut calculer un nombre Δ.
Quelle est la formule de Δ ?

Exercice 02 :

On souhaite calculer Δ pour connaître le nombre de solutions de l'équation $x^2 - 3x + 7$
Quels sont les nombres a, b et c que l'on doit utiliser ?

Exercice 03 :

On aimerait savoir si l'équation $-x^2 + x + 1 = 0$ admet des solutions. Combien fait delta ?

Exercice 04 :

Combien de solutions possède l'équation $x^2 + 2x + 3$

Exercice 05 :

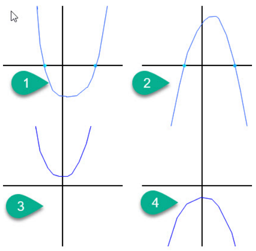
Combien de solutions possède l'équation $X^2 = x - 1$

Exercice 06 :

On considère la fonction f définie $\mathscr{R}$ par $f(x) = x^2 - x + 1$
Combien de fois sa courbe touche t-elle l'axe des abscisses ?

Exercice 07 :

Sans utiliser de calculatrice graphique, sélectionne l'allure de la courbe représentative de la fonction $f(x) = -2x^2 - x + 1$

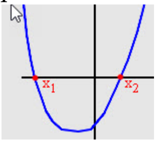


Réponse 01 :	Δ=b^2-4ac.
Réponse 02 :	$a=1$,$b=-3$ et $c=7$.
Réponse 03 :	$\Delta=5$.
Réponse 04 :	0.
Réponse 05 :	0.
Réponse 06 :	$Ellenetouchepasl'axedesabscisses.$.
Réponse 07 :	$Graphe2$.

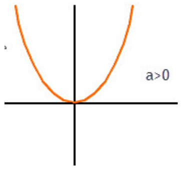
2.3.2 Inéquations du deuxième degré

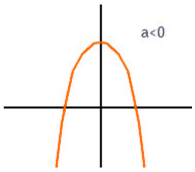
Inéquation $x^2 + x - 1 > 0$

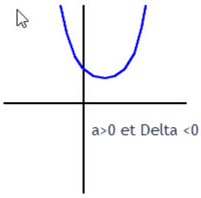
1 - On résout l'équation $x^2 + x - 1 = 0$ on obtient deux solutions : x_1 et $_2$

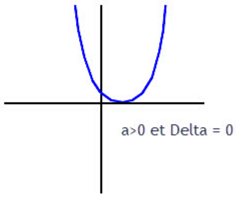
2 - $a > 0$ et $\Delta > 0$ 

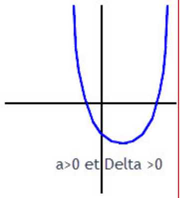
3 - On prend les valeurs de x pour lesquelles la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses.

Rappel : 









Exercice 08 :

Python

Exercice 09 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $4x^2 + 2x - 3 > 0$?

Exercice 10 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $3x^2 + 2x - 1 > 2x^2 + x - 3$

Exercice 11 :

Quelles sont les solutions de l'inéquation $\dfrac{x^2 + x - 1}{-x^2 + x + 4} \geqslant 0$ + Tableaux des signes.

Réponse 08 : $RAS.$

Réponse 09 : $\left]-\infty; \dfrac{-2-\sqrt{52}}{8}\right[\cup \left]\dfrac{-2+\sqrt{52}}{8}; +\infty\right[.$

Réponse 10 : $S = \mathscr{R}$ on parle de la courbe et non de Δ. Réponse 11 : $\left[\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}; \dfrac{1-\sqrt{33}}{4}\right[\cup \left[\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}; \dfrac{1+\sqrt{33}}{4}\right[.$

$3x^3 - 45x^2 + 141x + 189 = 0$

1] **Commencer par chercher une solution évidente**.-1 est une solution évidente

$3x^3 - 45x^2 + 141x + 189 = 0$ se factorise $(x+1)(ax^2 + bx + c)$.

2] **Développer l'expression** :

- $(x+1)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx + ax^2 + bx + c$

- $ax^3 + (b+a)x^2 + (c+b)x + c$ avec la solution -1

3] **Calculer les nouveaux coefficients** a, b, c

- avec $a = 3$, $b + a = -45$, $c + b = 141$ et $c = 189$

- donc $a = 3$, $b = -48$ et $c = 189$

4] **Reformuler l'équation**

$3x^3 - 45x^2 + 141x + 189 = (x+1)(3x^2 - 48x + 189)$

5] **Rechercher les solutions de l'équation**

$(x+1)(3x^2 - 48x + 189) = 0$

* $(x+1) = 0$ donne $x_1 = -1$

* $3x^2 - 48x + 189 = 0$ donne $\Delta = b^{2-4ac} = 36$ donc $x_2 = 7$ et $x_3 = 9$

L'équation possède 3 solutions :-1, 7 et 9.

Exercice 12 :

Quelles sont les solutions de l'équation $4x^3 + 24x^2 - 4x - 120 = 0$ [solution évidente?]

Exercice 13 :

Quelles sont les solutions de l'équation $x^4 - 50x^2 + 49 = 0$ [solution évidente?] et poser $Y = x^2$

Réponse 12 : $x = -5$, $x = -3$ et $x = 2$.

Réponse 13 : $x = -7$, $x = -1$, $x = 1$ et $x = 7$.

2.3.4 Forme canonique et sommet de la parabole

ax^2+bx+c

$\Delta=b^2-4ac \Rightarrow a\left(\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{\Delta}{4a^2}\right) \Rightarrow a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)_2-\dfrac{\Delta}{4a}$ Cette expression est la forme canonique ax^2+bx+c

Elle permet de faire apparaître les coordonnées du sommet S de la parabole : $S\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$

Exercice 14 :

On souhaite écrire le trinôme $x^2-10x+34$ sous forme canonique.

Complète la première étape : $x^2-10x+34=(x-..0..)^2-0..+34$

après factorisation avec seconde identité remarquable.

Exercice 15 :

On souhaite écrire le trinôme $3x^2-30x+102$ sous forme canonique.

Complète la première étape : $3x^2-30x+102=3[(x-0)^2+0]$

après factorisation avec seconde identité remarquable.

Exercice 16 :

On souhaite écrire le trinôme $13x^2+26x-65$ sous forme canonique.

après factorisation avec première identité remarquable.

Exercice 17 :

Quelles sont les coordonnées du sommet de la parabole de la fonction $f(x)=3x^2+30x-102$

Réponse 14 : $(x-5^2-25+13)$.

Réponse 15 : $3[(x-5)^2+9]$.

Réponse 16 : $13(x+1^2)-78$.

Réponse 17 : $X_s=5$ et $Y_s=-177$.

2.3.5 Problèmes

Exercice 01 :

Énoncé

Exercice 02 :

Énoncé

Exercice 03 :

Énoncé

Exercice 04 :

Énoncé

Exercice 05 :

Énoncé

Réponse 01 : ..
Réponse 02 : ..
Réponse 03 : ..
Réponse 04 : ..
Réponse 05 : ..