WP-CMS

Mathématiques

Équations 1er et second degré

Fiche de synthèse

Numéro 01

$\longmapsto$ *Documentderéférence*

$\longmapsto$ *Mémo−vecteurs,droitesetplandansl′espace*

$\longmapsto$ *Vecteurs−exercices−partie−2*

$\longmapsto$ *Vecteurs−matrice−exemple−concret*

1 Plan du document

2 Équations et inéquations du 1er degré

2.1 Équations du 1er degré

Variables de droite à Gauche (changer le signe)

$27x - 471 = 31x + 101$

- **Regrouper** les termes

$27x - 31x = 101 + 471$

- **Simplifier**

$-4x = 572$

- **Diviser**

$X = -143$

2.2 Inéquations du 1er degré

Le carré d'un nombre est toujours positif)

$3x - 6 \leqslant 6x - 12$

- **Regrouper** les termes

$3x - 6x \leqslant -12 + 6$

- **Simplifier**

$-3x \leqslant -6$

- **Diviser**

$x \geqslant \dfrac{-6}{-3}$

Si passer à droite un nombre <0

Alors modifier sens de l'inégalité

- Solution

$\boldsymbol{S = [2; +\infty[}$

2.2.1 Cas d'un produit : $(2x-2)(4x+16) > 0$

Étude du signe :

a	b	c
$2x - 2 > 0$	$4x + 16 > 0$	$-$
$2x > 2$	$4x > 16$	$-$
$x > 1$	$x > -7$	$-$

Tableau de résolution :

x	$-\infty$	-4	$-$	1	$+\infty$
a	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$
b	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$
$Inéquation$	$+$	$+$	$-$	$+$	$+$

Solutions : $S =]-\infty; -4[\bigcup]1; +\infty[$

2.2.2 Cas d'un quotient : $\frac{(-2x-2)(2x-10)}{(-9x-81)} \geqslant 0$

Étude du signe :

a	b	c
$-2x-2>0$	$2x-10>0$	$-9x-81>0$
$-2x>2$	$2x>10$	$-9x>81$
$x<-1$	$x>5$	$x<-9$

Tableau de résolution :

x	$-\infty$	-9	-1	.	5	$+\infty$
a	+	+	−	−	−	−
b	−	−	−	−	+	+
c	+	−	−	−	−	−
$Inéquation$	−	+	+	−	+	+

Solutions : $S =]-9;-1] \bigcup [5;+\infty[$

3 Équations et inéquations 2ème degré :

3.0.1 Équations simple :

- Regrouper les termes
$2x^2 = -3x$
- Passer tous les termes à gauche
$2x^2 + 3x$
- Simplifier
$x(2x+3) = 0$
- Solutions
$\mapsto x = 0$
$\mapsto 2x = 3 = 0$ donc $x = -\frac{3}{2}$
Solutions : $S \in I\,\{-1,5;0\}$

3.0.2 Équations 2ème degré générale :

$ax^2 + bx + c$
- **Forme canonique**
- On calcule le nombre : $\Delta = b^2 - 4ac$
- On regarde le signe de Δ
* Si $\Delta < 0$ Alors l'équation n'a pas de solution
Si a, coefficient directeur >0 les branches tournées vers le haut.
* Si $\Delta = 0$ Alors l'équation possède 1 solution :$x = -\frac{b}{a}$
*Si $\Delta > 0$ Alors , l'équation possède 2 solutions : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

3.0.3 Inéquations 2ème degré :

$x^2 + x - 1 > 0$

- **Forme canonique**

- On calcule le nombre : $\Delta = 1 + 4 = 5$

- On regarde le signe de Δ

* Ici Δ est positif

- Solutions
$x_1 = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$
<u>Solutions :</u> $S =]-\infty; x_1] \bigcup [x_2; +\infty[$

4 Équations et inéquations 3ème degré :

$3x^3 - 45x^2 + 141x + 189 = 0$

1] **Commencer par chercher une solution évidente**.-1 est une solution évidente

$3x^3 - 45x^2 + 141x + 189 = 0$ se factorise $(x+1)(ax^2 + bx + c)$.

2] **Développer l'expression** :

- $(x+1)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx + ax^2 + bx + c$

- $ax^3 + (b+a)x^2 + (c+b)x + c$ avec la solution -1

3] **Calculer les nouveaux coefficients** a, b, c

- avec $a = 3$, $b + a = -45$, $c + b = 141$ et $c = 189$

- donc $a = 3$, $b = -48$ et $c = 189$

4] **Reformuler l'équation**

$3x^3 - 45x^2 + 141x + 189 = (x+1)(3x^2 - 48x + 189)$

5] **Rechercher les solutions de l'équation**

$(x+1)(3x^2 - 48x + 189) = 0$

* $(x+1) = 0$ donne $x_1 = -1$

* $3x^2 - 48x + 189 = 0$ donne $\Delta = b^{2-4ac} = 36$ donc $x_2 = 7$ et $x_3 = 9$

L'équation possède 3 solutions :-1, 7 et 9.

5 Système d'équations :

5.1 Méthode de substitution

1	$\begin{cases} 2x+y=2,1 \\ x+3y=3,05 \end{cases}$	Isoler l'une des deux inconnues (ici y).
2	$\begin{cases} y=2,1-2x \\ x+3y=3,05 \end{cases}$	Remplacer cette inconnue dans l'autre équation (ici y)
3	$\begin{cases} y=2,1-2x \\ x+3(2,1-2x)=3,05 \end{cases}$	On a remplacé y
4	$\begin{cases} y=2,1-2x \\ x+6,3-6x=3,05 \end{cases}$	Développer
5	$\begin{cases} y=2,1-2x \\ x-6x=3,05-6,3 \end{cases}$	Trouver x
6	$\begin{cases} y=2,1-2x \\ -5x=-3,25 \end{cases}$	Équation à une inconnue
7	$\begin{cases} y=2,1-2x \\ x=\frac{-3,25}{-5} \end{cases}$	Calculer
8	$\begin{cases} y=2,1-2x \\ x=0,65 \end{cases}$	Remplacer x dans la 1er équation
9	$\begin{cases} y=2,1-2(0,65) \\ x=0,65 \end{cases}$	Effectuer un dernier calcul
10	$\begin{cases} y=0,8 \\ x=0,65 \end{cases}$	Obtenir les deux solutions du système

5.2 Méthode de combinaison linéaire

1	$\begin{cases} (2)x+y=2,1 \\ (1)x+3y=3,05 \end{cases}$	Multiplier par 1 tous termes de la 1er équation. Multiplier par 2 tous les termes de la 2ème équation
2	$\begin{cases} (1)2x+(1)y=(1)2,1 \\ (2)x+(2)3y=(2)3,05 \end{cases}$	Obtenir les mêmes coefficients devant
3	$\begin{cases} 2x+y=2,1 \\ 2x+6y=6,1 \end{cases}$	Calculer
4	$\begin{cases} 2x+y=2,1 \\ -2x-6y=-6,1 \end{cases}$	Faire la soustraction
5	$\begin{cases} 0x-5y=-4 \\ - \end{cases}$	.
6	$\begin{cases} y=\dfrac{-4}{-5}=0,8 \\ - \end{cases}$	Calculer la valeur de y
7	$2x+y=2,1 donc 2x+0,8=2,1$	Calculer la valeur de x
.	$2=2,1-0,8 donc 2x=1,3$	.
.	$x=0,65$	.

Note : Si on doit multiplier l'une des deux équations par un nombre négatif Alors on peut la multiplier seulement par le nombre positif associé puis additionner les deux équations au lieu de les soustraire.