



Mathématiques

Expressions littérales

Fiche de synthèse

Version 1.0.0

→ *Document de référence*
→ *Mémo – vecteurs, droites et plans dans l'espace*
→ *Vecteurs – exercices – partie 2*
→ *Vecteurs – matrice – exemple – concret*

1 Plan du document	2
2 Préface	3
3 Mesures	3
3.0.1 Aires :	3
3.0.2 Périmètres :	3
4 Les fractions :	3
4.1 Définition	3
4.2 Règles pour simplifier une fraction	3
4.3 Formules	4
5 Les puissances :	4
5.1 Calcul :	4
5.2 Puissance paire et impaire d'un nombre négatif :	4
5.3 Formules utiles :	4
6 Racine carré :	4
6.1 Calcul :	4
6.2 Simplifier une racine carrée :	5
6.3 Pour résoudre une équation ou une inéquation contenant une racine carrée :	5
7 Développement et Factorisation :	5
7.1 Développement :	5
7.2 Factorisation :	5
7.3 Les identités remarquables :	5
8 Les équations :	6
8.1 Résoudre l'équation $4\sqrt{3x} = 60$	6
8.2 Résoudre l'équation $\sqrt{x-7} + 2 = 9$	6
8.3 Résoudre l'équation $2\sqrt{x+1} + 3 = 1$	7
8.4 Résoudre l'équation $3\sqrt{x+3} - 6 = x - 2$	7
8.5 Résoudre l'équation $\sqrt{x-3} + \sqrt{x} = 1$	7
8.6 Résoudre l'équation $\sqrt{x-3} > 2$	8
8.7 Résoudre l'équation $\sqrt{-(x-5)} > (x+1)$	8

Une expression en mathématiques est une combinaison de symboles finie et logique.

Ces symboles peuvent représenter des nombres, des variables, des opérations, des fonctions et d'autres symboles syntaxiques tels que des parenthèses.

Certaines expressions peuvent être simplifiées, en utilisant les propriétés sémantiques associées aux objets syntaxiques utilisés.

Exemple :

Une expression littérale est une expression comportant des nombres et des lettres. On l'utilise pour donner une formule ou une propriété.

Exemples de formules écrites à l'aide d'expressions littérales :

le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur l est $2 \times (L + l)$;

le périmètre d'un carré de côté c est $4 \times c$;

l'aire d'un triangle de hauteur h et de base b est $b \times h / 2$;

l'aire d'un carré de côté c est $c \times c$.

3 Mesures

3.0.1 Aires :

- 1) Carré **Si** C , la longueur du côté du carré **Alors** $\mathcal{A} = C * C$.
- 2) Cercle **Si** R , le rayon du cercle **Alors** $\mathcal{A} = \pi * R^2$.
- 3) Triangle **Si** B , la longueur de la base et H , la hauteur **Alors** $\mathcal{A} = B * \frac{H}{2}$.
- 4) Rectangle **Si** L , la longueur de la base et l , la largeur **Alors** $\mathcal{A} = L * l$.

3.0.2 Périmètres :

- 1) Carré **Si** C , la longueur du côté du carré **Alors** $\mathcal{P} = 4 * C$.
- 2) Cercle **Si** R , le rayon du cercle **Alors** $\mathcal{P} = 2 * R * \pi$.
- 3) Triangle
- 4) Rectangle **Si** L , la longueur de la base et l , la largeur **Alors** $\mathcal{P} = (2 * L) + (2 * l)$.

4 Les fractions :

4.1 Définition

Simplifier une fraction, c'est écrire cette fraction avec des plus petits nombres. N = Numérateur et D = Dénominateur

4.2 Règles pour simplifier une fraction

- **Diviser** N et D par un même nombre.

- **Décomposer** N et D en un produit de **nombre premiers** puis simplifier.

WP-CMS

- **Trouver** le *PPDC* pour réaliser des opérations (+ - * et /)

- Si l'un des D est un multiple de l'autre : **Si** $\frac{13}{45}$ et $\frac{2}{5}$ **Alors** $\frac{13}{45}$ et $\frac{2 * 9}{5 * 9}$ **Donc** $\frac{13}{45}$ et $\frac{18}{45}$
 - Si aucun D est un multiple de l'autre : **Si** $\frac{7}{8}$ et $\frac{2}{3}$ **Alors** $\frac{7 * 3}{8 * 3}$ et $\frac{2 * 8}{3 * 8}$ **Donc** $\frac{21}{24}$ et $\frac{16}{24}$

4.3 Formules

1) **Addition** $\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$ D commun **Alors** $\frac{6}{8} + \frac{5}{8}$ **Donc** $\frac{11}{8}$

2) **Multiplication** $\frac{2}{3} * \frac{4}{5}$ **Alors** $\frac{2 * 4}{3 * 5}$ **Donc** $\frac{8}{15}$

3) **Division** $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$ **Alors** $\frac{2 * 5}{3 * 4}$ **Donc** $\frac{10}{12}$

Note : Pour résoudre une équation ou une inéquation contenant des fractions toujours penser au *PPCD* .

5 Les puissances :

5.1 Calcul :

$$x^{a+b} = x^a * x^b \quad x^{a-b} = \frac{x^a}{x^b} \quad (a * b)^n = a^n * b^n$$

5.2 Puissance paire et impaire d'un nombre négatif :

- **n, pair** $-3^2 = +9$
- **n, impair** $-3^3 = -27$

5.3 Formules utiles :

- Exposant négatif $3^{-6} = \frac{1}{3^6}$
- Exposant nul 3^0
- Puissance de puissance $(x^a)^b = x^{a*b}$
- Puissance d'un quotient $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

6 Racine carré :

6.1 Calcul :

$$\sqrt{a * b} = \sqrt{a} * \sqrt{b} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \sqrt{n^2} = n \quad \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

6.2 Simplifier une racine carrée :

WP-CMS

Voir annexe A.

6.3 Pour résoudre une équation ou une inéquation contenant une racine carrée :

on doit tenir compte de 2 restrictions :

- La racine carrée est toujours ≥ 0 (exemple $4\sqrt{3x} = 60$)
- Le terme sous la racine carrée, appelé **radicande**, est toujours ≥ 0

Méthode :

- Isoler là (ou l'une des racine(s)) carrée(s).
- Calculer les restrictions.
- Élever au carré les 2 membres de l'équation.

Voir annexe A.

7 Développement et Factorisation :

7.1 Développement :

- $-4 * (4x - 8) = (-4 * 4x) + (-4 * 8x) = -16x + 32$
- $(x + 2)(x + 3) = (x * x)(x * 3) + (x * x)(2 * 3) = x^2 + 5x + 6$

7.2 Factorisation :

- $2x - x^2 = x(2 - x)$
- $3x^3 + 2x^2 = x^2(x + 2)$

7.3 Les identités remarquables :



- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

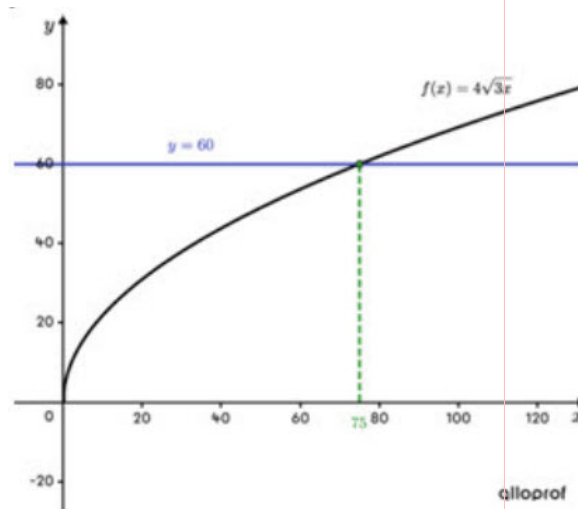
8 Les équations :

WP-CMS

8.1 Résoudre l'équation $4\sqrt{3x} = 60$.

- **Isoler la racine carrée** $4\sqrt{3x} \Rightarrow \sqrt{3x} = 15$
- **Calculer les restrictions**
 - * $\sqrt{3x}$ est ≥ 0 car égal à 15 \Rightarrow il existe au moins une solution.
 - * Le radicande est ≥ 0 $3x \geq 0 \forall x \geq 0$
- **Élever au carré les 2 membres de l'équation** $\sqrt{3x}^2 = 15^2$
- **Résoudre l'équation** $3x = 225 \Rightarrow x = 75$
- **Valider la solution**

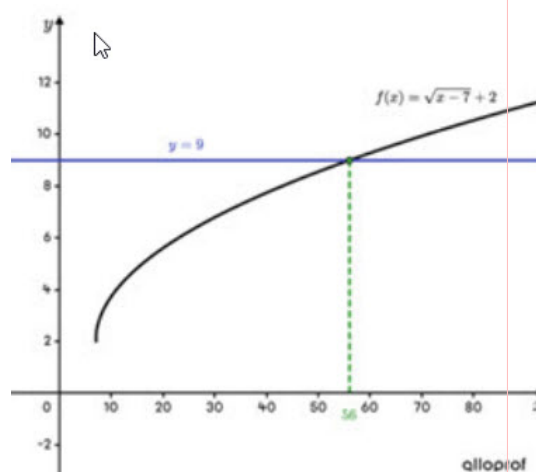
La restriction $x \geq 0$ calculée à l'étape 2 est respectée car $75 \geq 0$
- **Vérification :** $\sqrt{3} * 75 = 60$



8.2 Résoudre l'équation $\sqrt{x-7} + 2 = 9$.

- **Isoler la racine carrée** $\sqrt{x-7} + 2 = 9 \Rightarrow \sqrt{x-7} = 7$
- **Calculer les restrictions**
 - * $\sqrt{x-7}$ est ≥ 0 car égal à 7 \Rightarrow il existe au moins une solution.
 - * Le radicande est $(x-7) \geq 0 \forall x \geq 7$
- **Élever au carré les 2 membres de l'équation** $(\sqrt{x-7})^2 = 7^2$
- **Résoudre l'équation** $x - 7 = 49 \Rightarrow x = 56$
- **Valider la solution**

La restriction $x \geq 7$ calculée à l'étape 2 est respectée car $56 \geq 7$
- **Vérification :** $\sqrt{56-7} + 2 = 9$



8.3 Résoudre l'équation $2\sqrt{x+1} + 3 = 1$.

WP-CMS

- Isoler la racine carrée

$$2\sqrt{x+1} + 3 = 1 \Rightarrow 2\sqrt{x+1} = -2 \Rightarrow \sqrt{x+1} = -1$$

- Calculer les restrictions

Une racine carrée doit toujours être ≥ 0 , ce qui n'est pas le cas ici.

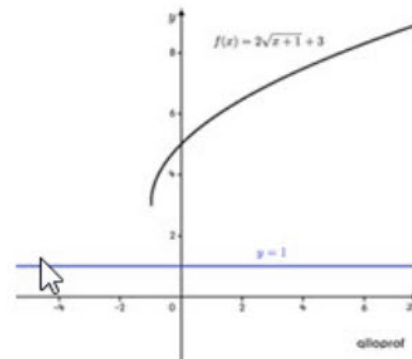
- Élever au carré les 2 membres de l'équation RAS

- Résoudre l'équation RAS

- Valider la solution

RAS

- Vérification : RAS



8.4 Résoudre l'équation $3\sqrt{x+3} - 6 = x - 2$.

- Isoler la racine carrée $3\sqrt{x+3} = x + 4 \Rightarrow \sqrt{x+3} = \frac{x+4}{3}$

- Calculer les restrictions

* $\sqrt{x+3}$ est ≥ 0 Si $\frac{x+4}{3} \geq 0$ ($x+4 \geq 0$) $\Rightarrow x \geq -4$.

* Le radicande est $(x+3) \geq 0 \forall x \geq -3$

- Élever au carré les 2 membres de l'équation

$$(\sqrt{x+3})^2 = \left(\frac{x+4}{3}\right)^2$$

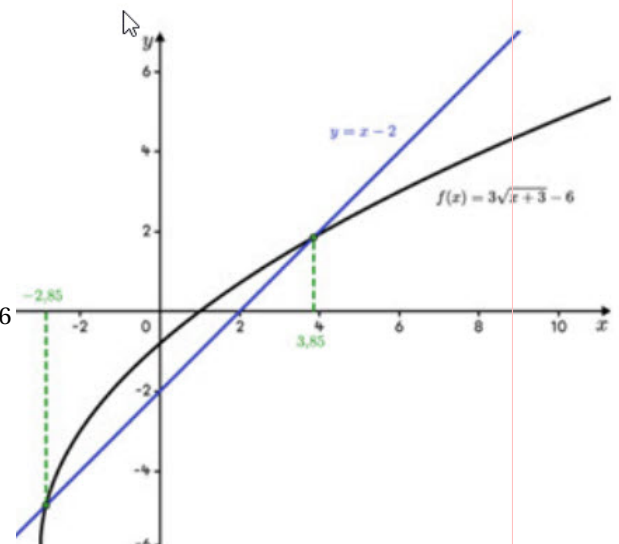
- Résoudre l'équation $x+3 = \frac{x^2+8x+16}{9} \Rightarrow 9(x+3) = x^2+8x+16$

$$\Rightarrow x^2 - x - 11 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Valider la solution

La restriction $x \geq 3$ calculée à l'étape 2 est respectée.

- La solution à l'équation est : $x \in I = [-2,85; 3,85]$



8.5 Résoudre l'équation $\sqrt{x-3} + \sqrt{x} = 1$.

- Isoler la racine carrée $\sqrt{x-3} + \sqrt{x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x-3} = 1 - \sqrt{x}$

- Calculer les restrictions

* $\sqrt{x-3}$ est ≥ 0 Si $1 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 1 \geq \sqrt{x} \Rightarrow 1^2 \geq (\sqrt{x})^2 \Rightarrow 1 \geq x \rightarrow x \leq 1$.

* Le radicande est $(x-3) \geq 0 \forall x \geq 3$

- Élever au carré les 2 membres de l'équation

RAS

- Résoudre l'équation RAS

- Valider la solution

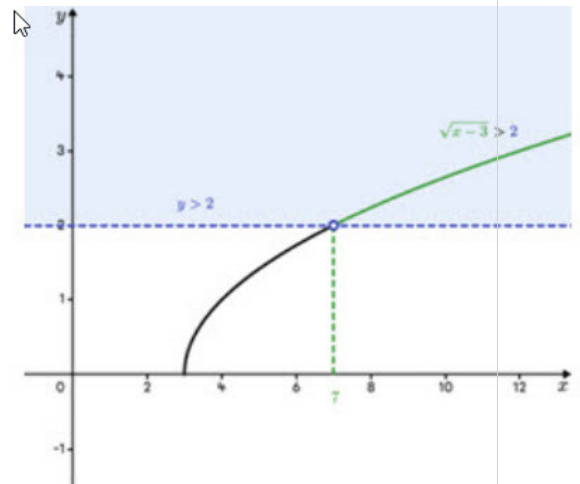
RAS

- La solution à l'équation est : RAS

8.6 Résoudre l'équation $\sqrt{x-3} > 2$.

WP-CMS

- **Isoler la racine carrée** $\sqrt{x-3} = 2$
- **Calculer les restrictions**
 - * $\sqrt{x-3}$ est ≥ 0 Car $2 \Rightarrow$ il existe au moins une solution.
 - * Le radicande est $(x-3) \geq 0 \forall x \geq 3$
- **Élever au carré les 2 membres de l'équation**
 $(\sqrt{x-3})^2 = (2)^2$
- **Résoudre l'équation** $x-3=4 \Rightarrow x=7$
- **Valider la solution**
 La valeur 7 est valide car respecte la restriction $x \geq 3$
- **La solution à l'équation est :**
 on teste une valeur dans chaque intervalle.



8.7 Résoudre l'équation $\sqrt{-(x-5)} > (x+1)$.

- **Isoler la racine carrée** $\sqrt{-(x-5)} = (x+1)$
- **Calculer les restrictions**
 - * $\sqrt{-(x-5)}$ est ≥ 0 Si et seulement si $x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$.
 - * Le radicande est $-(x-5) \geq 0 \Rightarrow x-5 \leq 0 \forall x \leq 5$
- **Élever au carré les 2 membres de l'équation**
 $(\sqrt{-(x-5)})^2 = (x+1)^2$
- **Résoudre l'équation**
 $-(x-5) = x^2 + 2x + 1$
 $\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2}$
 $x \in I = [-4; 1]$
- **Valider la solution**
 La valeur -4 n'est pas valide car $x \geq -1$
 par contre $x = 1$ est valide car il respecte à la fois $x \geq -1$ et $x \leq 5$
- **La solution à l'équation est :**
 L'ensemble de définition est $]-\infty; 1]$.

