



Mathématiques

Expressions littérales

Fiche de synthèse

Numéro 01

- *Document de référence*
- *Mémo – vecteurs, droites et plans dans l'espace*
- *Vecteurs – exercices – partie – 2*
- *Vecteurs – matrice – exemple – concret*

1 Plan du document	2
2 Mesures	3
2.0.1 Aires :	3
2.0.2 Périmètres :	3
3 Les fractions :	3
3.1 Définition	3
3.2 Règles pour simplifier une fraction	3
3.3 Formules	3
4 Les puissances :	4
4.1 Calcul :	4
4.2 Puissance paire et impaire d'un nombre négatif :	4
4.3 Formules utiles :	4
5 Racine carré :	4
5.1 Calcul :	4
5.2 Simplifier une racine carrée :	4
5.3 Pour résoudre une équation ou une inéquation contenant une racine carrée :	4
6 Développement et Factorisation :	5
6.1 Développement :	5
6.2 Factorisation :	5
6.3 Les identités remarquables :	5
7 Les équations :	5
7.1 Résoudre l'équation $4\sqrt{3x} = 60$	5
7.2 Résoudre l'équation $\sqrt{x-7} + 2 = 9$	5
7.3 Résoudre l'équation $2\sqrt{x+1} + 3 = 1$	6
7.4 Résoudre l'équation $3\sqrt{x+3} - 6 = x - 2$	6
7.5 Résoudre l'équation $\sqrt{x-3} + \sqrt{x} = 1$	6
7.6 Résoudre l'équation $\sqrt{x-3} > 2$	7
7.7 Résoudre l'équation $\sqrt{-(x-5)} > (x+1)$	7

2 Mesures

WP-CMS

2.0.1 Aires :

- 1) Carré **Si** C , la longueur du côté du carré **Alors** $\mathcal{A} = C * C$.
- 2) Cercle **Si** R , le rayon du cercle **Alors** $\mathcal{A} = \pi * R^2$.
- 3) Triangle **Si** B , la longueur de la base et H , la hauteur **Alors** $\mathcal{A} = B * \frac{H}{2}$.
- 4) Rectangle **Si** L , la longueur de la base et l , la largeur **Alors** $\mathcal{A} = L * l$.

2.0.2 Périmètres :

- 1) Carré **Si** C , la longueur du côté du carré **Alors** $\mathcal{P} = 4 * C$.
- 2) Cercle **Si** R , le rayon du cercle **Alors** $\mathcal{P} = 2 * R * \pi$.
- 3) Triangle
- 4) Rectangle **Si** L , la longueur de la base et l , la largeur **Alors** $\mathcal{P} = (2 * L) + (2 * l)$.

3 Les fractions :

3.1 Définition

Simplifier une fraction, c'est écrire cette fraction avec des plus petits nombres. N = Numérateur et D = Dénominateur

3.2 Règles pour simplifier une fraction

- **Diviser** N et D par un même nombre.
- **Décomposer** N et D en un produit de **nombres premiers** puis simplifier.
- **Trouver** le **PPDC** pour réaliser des opérations (+ - * et /)
 - **Si** l'un des D est un multiple de l'autre : **Si** $\frac{13}{45}$ et $\frac{2}{5}$ **Alors** $\frac{13}{45}$ et $\frac{2 * 9}{5 * 9}$ **Donc** $\frac{13}{45}$ et $\frac{18}{45}$
 - **Si** aucun D est un multiple de l'autre : **Si** $\frac{7}{8}$ et $\frac{2}{3}$ **Alors** $\frac{7 * 3}{8 * 3}$ et $\frac{2 * 8}{3 * 8}$ **Donc** $\frac{21}{24}$ et $\frac{16}{24}$

3.3 Formules

- 1) **Addition** $\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$ D commun **Alors** $\frac{6}{8} + \frac{5}{8}$ **Donc** $\frac{11}{8}$
- 2) **Multiplication** $\frac{2}{3} * \frac{4}{5}$ **Alors** $\frac{2 * 4}{3 * 5}$ **Donc** $\frac{8}{15}$
- 3) **Division** $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$ **Alors** $\frac{2 * 5}{3 * 4}$ **Donc** $\frac{10}{12}$

Note : Pour résoudre une équation ou une inéquation contenant des fractions toujours penser au **PPCD**.

4 Les puissances :

WP-CMS

4.1 Calcul :

$$x^{a+b} = x^a * x^b \quad x^{a-b} = \frac{x^a}{x^b} \quad (a * b)^n = a^n * b^n$$

4.2 Puissance paire et impaire d'un nombre négatif :

- **n, pair** $-3^2 = +9$
- **n, impair** $-3^3 = -27$

4.3 Formules utiles :

- Exposant négatif $3^{-6} = \frac{1}{3^6}$
- Exposant nul 3^0
- Puissance de puissance $(x^a)^b = x^{a*b}$
- Puissance d'un quotient $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

5 Racine carré :

5.1 Calcul :

$$\sqrt{a * b} = \sqrt{a} * \sqrt{b} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \sqrt{n^2} = n \quad \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

5.2 Simplifier une racine carrée :

Voir annexe A.

5.3 Pour résoudre une équation ou une inéquation contenant une racine carrée :

on doit tenir compte de 2 restrictions :

- La racine carrée est toujours ≥ 0 (exemple $4\sqrt{3x} = 60$)
- Le terme sous la racine carrée, appelé **radicande**, est toujours ≥ 0

Méthode :

- Isoler là (ou l'une des racine(s)) carrée(s).
- Calculer les restrictions.
- Élever au carré les 2 membres de l'équation.

Voir annexe A.

6 Développement et Factorisation :

WP-CMS

6.1 Développement :

$$\begin{aligned} -4 * (4x - 8) &= (-4 * 4x) + (-4 * 8x) = -16x + 32 \\ -(x + 2)(x + 3) &= (x * x)(x * 3) + (x * x)(2 * 3) = x^2 + 5x + 6 \end{aligned}$$

6.2 Factorisation :

$$\begin{aligned} -2x - x^2 &= x(2 - x) \\ -3x^3 + 2x^2 &= x^2(x + 2) \end{aligned}$$

6.3 Les identités remarquables :



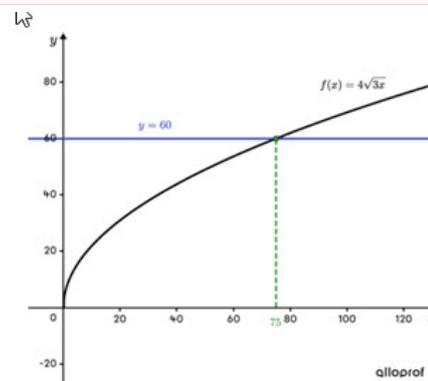
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

7 Les équations :

7.1 Résoudre l'équation $4\sqrt{3x} = 60$.

- **Isoler la racine carrée** $4\sqrt{3x} \Rightarrow \sqrt{3x} = 15$
- **Calculer les restrictions**
 - * $\sqrt{3x}$ est ≥ 0 car égal à 15 \Rightarrow il existe au moins une solution.
 - * Le radicande est ≥ 0 $3x \geq 0 \forall x \geq 0$
- **Élever au carré les 2 membres de l'équation** $\sqrt{3x}^2 = 15^2$
- **Résoudre l'équation** $3x = 225 \Rightarrow x = 75$
- **Valider la solution**

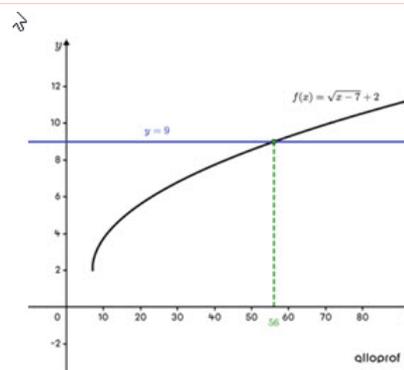
La restriction $x \geq 0$ calculée à l'étape 2 est respectée car $75 \geq 0$
- **Vérification :** $\sqrt{3 * 75} = 60$



7.2 Résoudre l'équation $\sqrt{x-7} + 2 = 9$.

- **Isoler la racine carrée** $\sqrt{x-7} + 2 = 9 \Rightarrow \sqrt{x-7} = 7$
- **Calculer les restrictions**
 - * $\sqrt{x-7}$ est ≥ 0 car égal à 7 \Rightarrow il existe au moins une solution.
 - * Le radicande est $(x-7) \geq 0 \forall x \geq 7$
- **Élever au carré les 2 membres de l'équation** $(\sqrt{x-7})^2 = 7^2$
- **Résoudre l'équation** $x - 7 = 49 \Rightarrow x = 56$
- **Valider la solution**

La restriction $x \geq 7$ calculée à l'étape 2 est respectée car $56 \geq 7$
- **Vérification :** $\sqrt{56-7} + 2 = 9$



7.3 Résoudre l'équation $2\sqrt{x+1} + 3 = 1$.

WP-CMS

- Isoler la racine carrée

$$2\sqrt{x+1} + 3 = 1 \Rightarrow 2\sqrt{x+1} = -2 \Rightarrow \sqrt{x+1} = -1$$

- Calculer les restrictions

Une racine carrée doit toujours être ≥ 0 , ce qui n'est pas le cas ici.

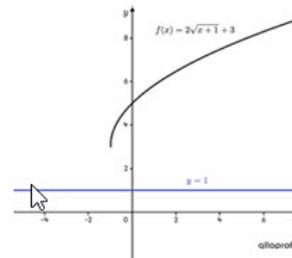
- Élever au carré les 2 membres de l'équation RAS

- Résoudre l'équation RAS

- Valider la solution

RAS

- Vérification : RAS



7.4 Résoudre l'équation $3\sqrt{x+3} - 6 = x - 2$.

- Isoler la racine carrée $3\sqrt{x+3} = x + 4 \Rightarrow \sqrt{x+3} = \frac{x+4}{3}$

- Calculer les restrictions

* $\sqrt{x+3}$ est ≥ 0 Si $\frac{x+4}{3} \geq 0$ ($x+4 \geq 0$) $\Rightarrow x \geq -4$.

* Le radicande est $(x+3) \geq 0 \forall x \geq -3$

- Élever au carré les 2 membres de l'équation

$$(\sqrt{x+3})^2 = \left(\frac{x+4}{3}\right)^2$$

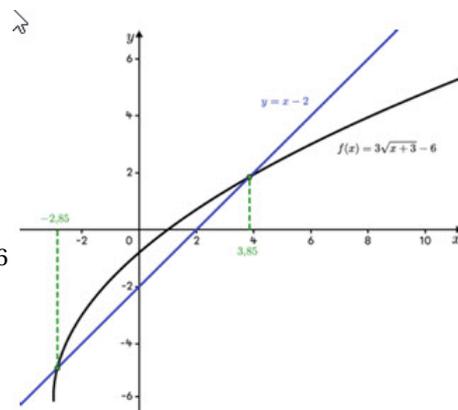
- Résoudre l'équation $x+3 = \frac{x^2+8x+16}{9} \Rightarrow 9(x+3) = x^2+8x+16$

$$\Rightarrow x^2 - x - 11 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Valider la solution

La restriction $x \geq 3$ calculée à l'étape 2 est respectée.

- La solution à l'équation est : $x \in I = [-2,85; 3,85]$



7.5 Résoudre l'équation $\sqrt{x-3} + \sqrt{x} = 1$.

- Isoler la racine carrée $\sqrt{x-3} + \sqrt{x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x-3} = 1 - \sqrt{x}$

- Calculer les restrictions

* $\sqrt{x-3}$ est ≥ 0 Si $1 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 1 \geq \sqrt{x} \Rightarrow 1^2 \geq (\sqrt{x})^2 \Rightarrow 1 \geq x \rightarrow x \leq 1$.

* Le radicande est $(x-3) \geq 0 \forall x \geq 3$

- Élever au carré les 2 membres de l'équation

RAS

- Résoudre l'équation RAS

- Valider la solution

RAS

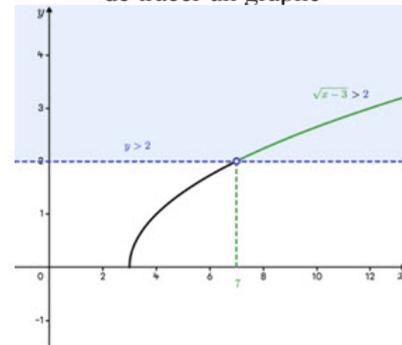
- La solution à l'équation est : RAS

7.6 Résoudre l'équation $\sqrt{x-3} > 2$.

WP-CMS

- **Isoler la racine carrée** $\sqrt{x-3} = 2$
 - **Calculer les restrictions**
 - * $\sqrt{x-3} \geq 0$ Car $2 \Rightarrow$ il existe au moins une solution.
 - * Le radicande est $(x-3) \geq 0 \forall x \geq 3$
 - **Élever au carré les 2 membres de l'équation**
 $(\sqrt{x-3})^2 = (2)^2$
 - **Résoudre l'équation** $x-3 = 4 \Rightarrow x = 7$
 - **Valider la solution**
- La valeur 7 est valide car respecte la restriction $x \geq 3$
- **La solution à l'équation est :**
- on teste une valeur dans chaque intervalle.

Pour une inéquation il est préférable de tracer un graphe



7.7 Résoudre l'équation $\sqrt{-(x-5)} > (x+1)$.

- **Isoler la racine carrée** $\sqrt{-(x-5)} = (x+1)$
 - **Calculer les restrictions**
 - * $\sqrt{-(x-5)} \geq 0$ Si et seulement si $x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$.
 - * Le radicande est $-(x-5) \geq 0 \Rightarrow x-5 \leq 0 \forall x \leq 5$
 - **Élever au carré les 2 membres de l'équation**
 $(\sqrt{-(x-5)})^2 = (x+1)^2$
 - **Résoudre l'équation**
- $$-(x-5) = x^2 + 2x + 1$$
- $$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-3 + \sqrt{25}}{2}$$
- $$x \in I = [-4; 1]$$
- **Valider la solution**
- La valeur -4 n'est pas valide car $x \geq -1$
 par contre $x = 1$ est valide car il respecte à la fois $x \geq -1$ et $x \leq 5$
- **La solution à l'équation est :**
- L'ensemble de définition est $]-\infty; 1]$.

