Mathématiques
Expressions littérales

Date : 26/07/2024

Rappel sur les fondamentaux

Mesures

Aires
carré : Si c longueur du côté du carré alors A=c×c.
cercle : Si r longueur du rayon alors A=Pi×r×r.
triangle : Si B longueur de la base et h la hauteur alors A=B×h÷2.
rectangle : Si L la longueur et l la largeur alors A=L×l.

Périmètres
carré : Si c longueur du côté du carré alors P=4×c.
cercle : Si r longueur du rayon alors P=2×r×Pi.
rectangle : Si L longueur et l largeur alors P=2×L+2×l.

Les fractions

Définition

- Simplifier une fraction, c'est écrire cette fraction avec des plus petits nombres. N = Numérateur et D = Dénominateur

Règles pour simplifier une fraction :

- Diviser **N** et **D** par un même nombre.
- Décomposer **N** et **D** en un produit de nombres premiers puis simplifier
- Trouver le **PPDC** pour réaliser des opérations (+ - * et /).
  - **Si** l'un des **D** est un multiple de l'autre.

    Si $\frac{13}{45}$ *et* $\frac{2}{5}$ alors $\frac{13}{45}$ *et* $\frac{2*9}{5*9}$ donc $\frac{13}{45}$ *et* $\frac{18}{45}$
  - **Si** aucun des **D** est un multiple de l'autre

    Si $\frac{7}{8}$ *et* $\frac{2}{3}$ alors $\frac{7*3}{8*3}$ *et* $\frac{2*8}{3*8}$ donc $\frac{21}{24}$ *et* $\frac{16}{24}$

Formules :
Addition
$\frac{3}{4}+\frac{5}{8}$ D commun $\frac{6}{8}+\frac{5}{8}$
Donc $\frac{11}{8}$
Multiplication
$\frac{2}{3}*\frac{4}{5}$ Alors $\frac{2*4}{3*5}$
Donc $\frac{8}{15}$
Division
$\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}$ Alors $\frac{2*5}{3*4}$
Donc $\frac{10}{12}$

Pour résoudre une équation ou une inéquation *contenant des fractions toujours penser au* ***PPCD***

Les puissances

Calcul

x^{a+b}	$x^a * x^b$
x^{a-b}	$\frac{x^a}{x^b}$
$(a*b)^n$	$a^n * b^n$
$-3^2 = +9$ car n pair	$-3^3 = -27$ car n impair

Formules utiles

Exposant négatif	$3^{-6} = \frac{1}{3^6}$
Exposant nul	$3^0 = 1$
Puissance de puissance	$(x^a)^b = x^{a*b}$
Puissance d'un quotient	$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$

Racine carrée (annexes)

Calcul

$\sqrt{a*b}$	$\sqrt{a} * \sqrt{b}$
$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
$\sqrt{n}^2$	n
$\sqrt{x}$	$x^{1/2}$

Simplifier une racine carrée

$E = \sqrt{12} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{75}$
$E = \sqrt{4*3} + 3\sqrt{3} - 2(\sqrt{3} * \sqrt{25})$
$E = \sqrt{4} * \sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2(\sqrt{3} * 5)$
$E = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -5\sqrt{3}$
$R = \sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{75} = 10\sqrt{3}$

Pour résoudre une équation ou une inéquation *contenant une racine carrée, on doit tenir compte de* ***2 restrictions*** *:*

- *La racine carrée est toujours* ≥ 0 *(exemple* $4\sqrt{3x} = 60$.
- *Le terme sous la racine carrée, appelé radicande, est toujours ≥ 0*

Méthode :
Isoler là (ou l'une des racine(s)) carrée(s). **Calculer** les restrictions. **Élever** au carré les 2 membres de l'équation. **Résoudre** l'équation. **Valider** la ou les solution(s).**Donner l'ensemble-solution**.

Expressions littérales

Développement

$-4 * (4x - 8) = (-4 * 4x) + (-4 * -8) = -16x + 32$

$(x + 2)(x + 3) = (x * x)(x * 3) + (2 * x)(2 * 3) = x^2 + 5x + 6$

Factorisation

$2x - x^2 = x(2 - x)$

$3x^3 + 2x^2 = x^2(x + 2)$

Identités remarquables N3 :

$(a+b)^2$	a^2+2ab+b^2
$(a-b)^2$	a^2-2ab+b^2
$a^2 - b^2$	$(a+b)(a-b)$

Factorisation

$(x - 1)^2 - (x - 1)(3x + 2)$

$= (x - 1)[(x - 1) - (3x + 2)]$

$\mapsto (x - 1)(x - 1 - 3x - 2) = (x - 1)(-2x - 3)$

$x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x + 2)(x - 2)$ *Identité remarquable*

Annexe Racine carrée (AlloProf)

Résous l'équation $4\sqrt{3x} = 60$.

1 **Isoler la racine carrée**
4√3x=60 | √3x=15

2 **Calculer les restrictions**
- √3x est ≥ 0, **car égal à 15**. ⇒il existe au moins une solution.
- Radicande ≥ 0. 3x≥0 | x≥0

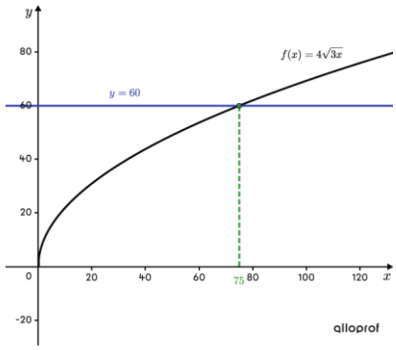
3 **Élever au carré les 2 membres de l'équation**
$\sqrt{3x} = 15| (\sqrt{3x})^2 = 15^2$

4 **Résoudre l'équation**
3x = 225 | **x=75**

5 **Valider la solution**
La restriction x ≥ 0 calculée à l'étape 2 est respectée, car 75 ≥ 0.

6 **La solution de l'équation** : 4√3x=60 est x = 75.

7 **Vérification :** $\sqrt{3(75)} = 60$



Résous l'équation $\sqrt{x - 7} + 2 = 9$

1 **Isoler la racine carrée**
$\sqrt{x - 7} + 2 = 9 \mid \sqrt{x - 7} = 7$

2 **Calculer les restrictions**
- $\sqrt{x-7}$ est ≥ 0 **car égal à 7**. ⇒ il existe au moins une solution.
- Radicande $x - 7 \geq 0 \mid x \geq 7$

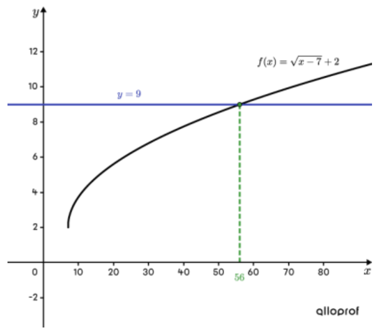
3 **Élever au carré les 2 membres de l'équation**
$\sqrt{x - 7} = 7 \mid (\sqrt{x - 7})^2 = 7^2$

4 **Résoudre l'équation**
x-7 = 49 | **x=56**

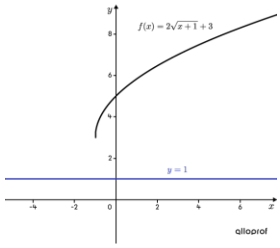
5 **Valider la solution**
La restriction x ≥ 7 calculée à l'étape 2 est respectée, car 56 ≥ 7

6 **La solution de l'équation** $\sqrt{x - 7} + 2 = 9$ est x = 56

7 **Vérification**

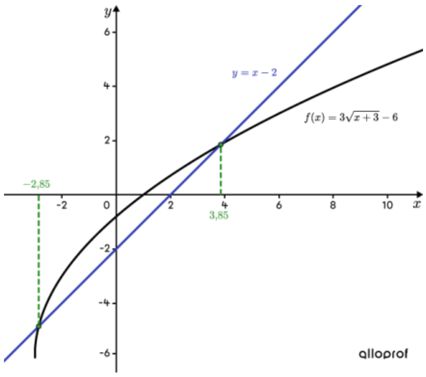


Résous l'équation $2\sqrt{x+1}+3=1.$



1 **Isoler la racine carrée**
$2\sqrt{x+1}+3=1 \mid 2\sqrt{x+1}=-2 \mid \sqrt{x+1}=-1$
2 **Calculer les restrictions**
Une racine carrée doit toujours être $\geq$ 0, ce qui n'est pas le cas ici
3 **Élever au carré les 2 membres de l'équation**
4 **Résoudre l'équation**
5 **Valider la solution**
6 **Il n'y a pas de solution**
7 **Vérification**

Résous l'équation $3\sqrt{x+3}-6=x-2$



1 **Isoler la racine carrée**
$3\sqrt{x+3}-6=x-2 \mid 3\sqrt{x+3}=x+4 \mid \sqrt{x+3}=\frac{x+4}{3}$
2 **Calculer les restrictions**
- $\sqrt{x+3}$ est $\geq$ 0 si et seulement si $\frac{x+4}{3} \geq 0 \mid x+4 \geq 0 \mid x \geq -4$
- Le radicande $x+3 \geq 0 \mid x \geq -3$

3 **Élever au carré les 2 membres de l'équation**
$\sqrt{x+3}=\frac{x+4}{3} \mid (\sqrt{x+3})^2 = (\frac{x+4}{3})^2$
4 **Résoudre l'équation**
$x+3=\frac{x^2+8x+16}{9} \mid$ 9(x+3)=$x^2+8x+16 \mid x^2-x-11=0$
$\Delta=b^2$-4ac $\mid x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \mid$
5 **Valider la solution**
La restriction x≥ 3 est respectée dans les deux cas de l'étape 2
6 **La solution à l'équation est** $x \in I=\{-2,85|3,85\}$
7 **Vérification**

Résous l'équation $\sqrt{x-3}+\sqrt{x}=1.$

1 **Isoler la racine carrée**
$\sqrt{x-3}+\sqrt{x}=1 \mid \sqrt{x-3} = 1-\sqrt{x}$
2 **Calculer les restrictions**
- $\sqrt{x-3}$ est ≥ 0 si et seulement si
  $1-\sqrt{x}$ est ≥ 0 $1-\sqrt{x} \geq 0 \mid 1 \geq \sqrt{x} \mid 1^2 \geq (\sqrt{x})^2 \mid 1\geq x \rightarrow x \leq 1$
- Pour le radicande x-3 ≥ 0 → x ≥ 3

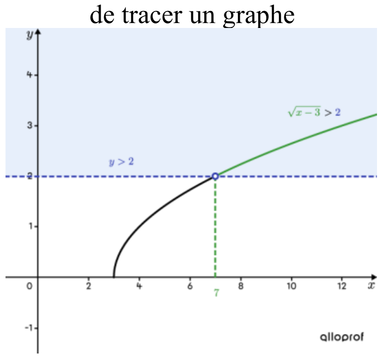
3 **Élever au carré les 2 membres de l'équation**
4 **Résoudre l'équation**
5 **Valider la solution**
6 **Donner la solution**
7 **Vérification**

Résous l'inéquation $.\sqrt{x-3} > 2$

1 **Remplacer le symbole de l'inégalité par celui de l'égalité puis isoler la racine carrée** $\sqrt{x-3}=2$
2 **Calculer les restrictions**
- $\sqrt{x-3}$ est $\geq$ 0 car =2 → Il existe une solution
- Pour le radicande $x-3 \geq 0$ | x≥ 3

3 **Élever au carré les 2 membres de l'équation**
$\sqrt{x-3}=2 \mid (\sqrt{x-3})^2=2^2$
4 **Résoudre l'équation**
x-3 = 4 | x = 7
5 **Valider la solution**
La valeur 7 est valide car respecte la restriction x≥ 3
6 **Donner la solution en analysant le graphe**
S = I ∈]7 ; +∞[
7 **Vérification :** on test une valeur dans chaque intervalle
Exemple 6 résultat 1,76 n'est pas supérieur à 2

Pour une inéquation il est préférable de tracer un graphe



Mathématiques
Expressions littérales

Date :
26/07/2024

Equation du second degré : $\sqrt{-(x-5)}$=(x+1)

1 **Remplacer le symbole de l'inégalité par celui de l'égalité puis isoler la racine carrée**

$\sqrt{-(\boldsymbol{x}-\mathbf{5})}$=(x+1)

2 **Calculer les restrictions**

$\sqrt{-(x-5)}$ est ≥ 0 si et seulement si $\boldsymbol{x}+\mathbf{1} \geq 0$ | x≥ -1

Pour le radicande $-(x-5) \geq 0$ | $x-5 \leq 0$ | x≤ 5

3 **Élever au carré les 2 membres de l'équation**

$\sqrt{-(x-5)} = x+1$ | $(\sqrt{-(\boldsymbol{x}-\mathbf{5})})^{\mathbf{2}} = (\boldsymbol{x}+\mathbf{1})^{\mathbf{2}}$

4 **Résoudre l'équation**

-(x-5)=x^2+2x+1

$\Delta = b^2-4ac$ | x=$\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ | $x=\frac{-3\pm\sqrt{25}}{2} \rightarrow x \in I = (-4|1)$

5 **Valider la solution**

La valeur x=-4 n'est pas valide car x≥ -1

Par contre x=1 est valide car il respecte à la fois x≥ -1 et $x \leq 5$

6 **Donner la solution**

L'ensemble de définition est]$-\infty$; 1]

7 **Vérification**