

Mathématiques

Équations, inéquation et systèmes d'équation

Date :
31/08/2024

Equations et inéquations

Equations 1^{er} degré :

Passer les variables de droite à G_{gauche} (changer le signe)

$$27x - 471 = +31x + 101$$

Regrouper les termes

$$27x - 31x = 101 + 471$$

Simplifier : $-4x = 572$

Diviser : $x = -143$

Inéquations 1^{er} degré :

Le carré d'un nombre est toujours positif

$$3x - 6 \leq 6x - 12$$

Regrouper les termes

$$3x - 6x \leq -12 + 6$$

Simplifier : $-3x \leq -6$

Diviser : $x \geq \frac{-6}{-3}$

(Si passer à droite un nombre < 0 Alors modifier sens de l'inégalité)

$$\rightarrow s = [2 ; +\infty[$$

Résolution d'une inéquation 1^{er} degré :

Cas d'un produit

$$(2x - 2)(4x + 16) > 0$$

Etude du signe

a	b	c
$2x - 2 > 0$	$4x + 16 > 0$	
$2x > 2$	$4x > -16$	
$x > 1$	$x > -4$	

Tableau : remplir dernière ligne

x	$-\infty$	-4		1	$+\infty$
a	-	-	-	+	+
b	-	-	+	+	+
(Inéquation)	+	+	-	+	+

On lit les solutions $S =]-\infty ; -4[\cup]1 ; +\infty[$

Résolution d'une inéquation 1^{er} degré :

Cas d'un quotient

$$\frac{(-2x - 2)(2x - 10)}{(-9x - 81)} \geq 0$$

Etude du signe

a	b	c
$-2x - 2 > 0$	$2x - 10 > 0$	$-9x - 81 > 0$
$-2x > 2$	$2x > 10$	$-9x > 81$
$x < -1$	$x > 5$	$x < -9$

Tableau : remplir dernière ligne

x	$-\infty$	-9	-1		5	$+\infty$
a	+	+	-	-	-	-
b	-	-	-	-	+	+
c	+	-	-	-	-	-
Inéquation	-	+	+	-	+	+

On lit les solutions : $S =]-9 ; -1] \cup [5 ; +\infty[$

Equations 2^{ème} degré simple:

Regrouper les termes

$$2x^2 = -3x$$

Passer tous les termes à gauche

$$2x^2 + 3x = 0$$

Simplifier : $x(2x + 3) = 0$

Solutions

$$\rightarrow x = 0$$

$$\rightarrow 2x + 3 = 0 \text{ donc } x = -\frac{3}{2} \rightarrow$$

On lit les solutions $S \in \{ -1,5 ; 0 \}$

Note 1 : Ici on factorise pour éliminer le carré. Note 2: $x^2 = 36 \rightarrow x = \sqrt{36} \rightarrow x_1 = 6 + \text{ et } x_2 = -6$

Equation 2^{ème} degré

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Forme canonique

On calcule le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$.

On regarde le signe de delta.

- Si $\Delta < 0$, l'équation n'a pas de solution :
Pas de solution C_f ne coupe pas l'axe des x
Si a, coefficient directeur > 0 les branches tournées vers le haut
- Si $\Delta = 0$, l'équation possède 1 solution : $x = -\frac{b}{2a}$
- Si $\Delta > 0$, l'équation possède 2 solutions :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Inéquation 2^{ème} degré

$$x^2 + x - 1 > 0$$

Forme canonique

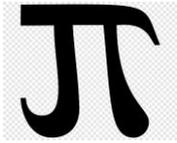
On calcule le nombre $\Delta = 1 + 4 = 5$

On regarde le signe de Δ ici Δ est positif

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$s = \left] -\infty ; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right] \cup \left[\frac{-1 + \sqrt{5}}{2} ; +\infty \right[$$



Mathématiques Équations, inéquation et systèmes d'équation

Date :
31/08/2024

Equation 3^{ème} degré

$$3x^3 - 45x^2 + 141x + 189 = 0?$$

1 - Commencer par chercher une solution évidente. -1 est une solution évidente

donc $3x^3 - 45x^2 + 141x + 189$ se factorise en $(x+1)(ax^2+bx+c)$.

2 - Développer l'expression : $(x+1)(ax^2+bx+c) = ax^3+bx^2+cx+ax^2+bx+c$ donc $ax^3+(b+a)x^2+(c+b)x+c$. (avec la solution -1)

3 - Calculer les nouveaux coefficients a, b et c. Avec $a=3$, $b+a=-45$, $c+b=141$ et $c=189$. Donc $a=3$, $b=-48$ et $c=189$.

4 - Reformuler l'équation $3x^3 - 45x^2 + 141x + 189 = (x+1)(3x^2-48x+189)$.

5 - Rechercher les solutions de l'équation : $(x+1)(3x^2-48x+189)=0$ il faut que $(x+1) = 0$ ou $(3x^2-48x+189) = 0$.

Solution évidente : $x_1 = -1$.

Solution de l'équation du 2ème degré : $\Delta = b^2 - 4ac = (-48)^2 - 4 \times 3 \times 189 = 36$. Donc $x_2 = (48-6) \div 6 = 7$ et $x_3 = (48+6) \div 6 = 9$.

Les solutions de l'équation $3x^3 - 45x^2 + 141x + 189 = 0$ sont -1, 7 et 9.

Système d'équations

Méthode de substitution

1	$\begin{cases} 2x + y = 2,1 \\ x + 3y = 3,05 \end{cases}$	Isoler l'une des deux inconnues (ici y).
2	$\begin{cases} y = 2,1 - 2x \\ x + 3y = 3,05 \end{cases}$	Remplacer cette inconnue dans l'autre équation (ici y)
3	$\begin{cases} y = 2,1 - 2x \\ x + 3(2,1 - 2x) = 3,05 \end{cases}$	On a remplacé y
4	$\begin{cases} y = 2,1 - 2x \\ x + 6,3 - 6x = 3,05 \end{cases}$	Développer
5	$\begin{cases} y = 2,1 - 2x \\ x - 6x = 3,05 - 6,3 \end{cases}$	Trouver x
6	$\begin{cases} y = 2,1 - 2x \\ -5x = -3,25 \end{cases}$	Equation à une inconnue
7	$\begin{cases} y = 2,1 - 2x \\ x = -3,25 \div (-5) \end{cases}$	Calculer
8	$\begin{cases} y = 2,1 - 2x \\ x = 0,65 \end{cases}$	Remplacer x dans la 1 ^{er} équation
9	$\begin{cases} y = 2,1 - 2(0,65) \\ x = 0,65 \end{cases}$	Effectuer un dernier calcul
10	$\begin{cases} y = 0,8 \\ x = 0,65 \end{cases}$	Obtenir les deux solutions du système

Méthode de substitution

1	$\begin{cases} (2)x + y = 2,1 \\ (1)x + 3y = 3,05 \end{cases}$	Multiplier par 1 tous termes de la 1 ^{er} équation Multiplier par 2 tous les termes de la 2 ^{ème} équation
2	$\begin{cases} (1)2x + (1)y = (1)2,1 \\ (2)x + (2)3y = (2)3,05 \end{cases}$	Obtenir les mêmes coefficients devant x
3	$\begin{cases} 2x + y = 2,1 \\ 2x + 6y = 6,1 \end{cases}$	Calculer
4	$\begin{cases} 2x + y = 2,1 \\ -2x - 6y = -6,1 \end{cases}$	Faire la soustraction
5	$0x - 5y = -4$	
6	$Y = \frac{-4}{-5} = 0,8$	Calculer la valeur de y
7	$2x + y = 2,1$ donc $2x + 0,8 = 2,1$ $2x = 2,1 - 0,8$ donc $2x = 1,3$ $x = 1,3 \div 2$ donc $x = 0,65$	Calculer la valeur de x

Note Si on doit multiplier l'une des deux équations par un nombre négatif alors on peut la multiplier seulement par le nombre positif associé puis additionner les deux équations au lieu de les soustraire.