WP-CMS

**Mathématiques**

# Probabilités

**Énoncés exercices**

**Numéro 01**

↦ *Documentderéférence*
↦ *Mémo − vecteurs, droitesetplandansl′espace*
↦ *Vecteurs − exercices − partie − 2*
↦ *Vecteurs − matrice − exemple − concret*

# 1 Plan du document



**1 Plan du document** **2**

**2 Dénombrement** **3**

2.1 Exercice 01 . . . . . 3
2.2 Exercice 02 . . . . . 3
2.3 Exercice 03 . . . . . 3
2.4 Exercice 04 . . . . . 3
2.5 Exercice 05 . . . . . 4
2.6 Exercice 06 . . . . . 4
2.7 Exercice 07 . . . . . 4
2.8 Exercice 08 . . . . . 5

**3 Variable aléatoire Loi de probabilité** **5**

3.1 Exercice 09 : . . . . . 5
3.2 Exercice 10 . . . . . 5

**4 Loi binomiale** **6**

4.1 Exercice 12 . . . . . 6
4.2 Exercice 13 . . . . . 6
4.3 Exercice 14 . . . . . 6

**5 Loi géométrique** **6**

5.1 Exercice 15 : . . . . . 6

**6 La loi normale** **7**

6.1 Exercice 16 : . . . . . 7
6.2 Exercice 17 : . . . . . 8
6.3 Exercice 18 : . . . . . 8
6.4 Exercice 19 : . . . . . 9

# 2 Dénombrement



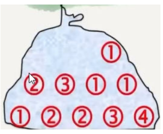
## 2.1 Exercice 01

Un sachet contient 2 bonbons à la menthe, 3 à l'orange et 5 au citron.
On tire, au hasard, un bonbon du sachet et on définit les événement suivants :
A : "le bonbon est à la menthe" ;
B : "le bonbon est à l'orange" ;
C : "le bonbon est au citron".

1. Déterminer les probabilités $P(A)$ puis $P(B)$ et $P(C)$.
2. Représenter l'expérience par un arbre pondéré.

## 2.2 Exercice 02

Un sac opaque contient les boules représentées ci-dessous ; un nombre de points est indiqué sur chacune d'elles.
On tire au hasard une boule et on lit le nombre de points.




1. Dessiner l'arbre des possibles par le probabilités données sous forme fractionnaire et décimale.
2. Calculer la probabilité de l'événement A ; "obtenir au moins deux points" .

## 2.3 Exercice 03

Un joueur de tennis a droit à deux tentatives pour réussir sa mise en jeu.
Gwladys réussit sa première basse de service dans 65% des cas.
Quand elle échoue, elle réussit la seconde dans 80% des cas.

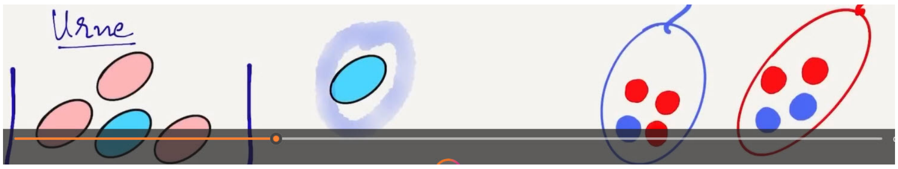
1. Quelle est la probabilité pour qu'elle commette une double faute ?

## 2.4 Exercice 04

Une urne contient 5 boules indicernables au toucher : deux bleues "B" et trois rouge "R".
On dispose également de deux sacs contenant des jetons :
- l'un est bleu et contient un jeton bleu "b" et trois jetons rouges "r",
- l'autre est rouge et contient deux jeton bleu "b" et deux jetons rouges "r",
On extrait une boule de l'urne, puis on tire un jeton dans le sac qui est de la même couleur que la boule tirée.

1. Combien y a-t-il d'issues possible ?.
2. A l'aide d'un arbre pondérée, déterminée la probabilité de chacune de ses issues.

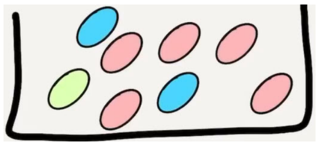
3. Déterminer la probabilité d'événement $A$ : "la boule et le jeton extraits sont de la même couleur".




## 2.5 Exercice 05

Dans une urne il y a cinq boules rouge (R), deux boules bleu (B) et une boule verte, indiscernable au toucher.
L'expérience aléatoire est de tirer successivement e t sans remise de boules.
On veut déterminer la probabilité de "tirer deux boules de la même couleur".

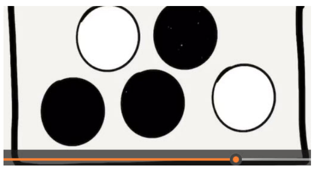
1. Représenter sur un arbre tous les possibles en indiquant sur leurs branches correspondantes la probabilité de tirer deux boules de chaque tirage lors des deux tirages..
2. En déduire la probabilité d'avoir :
   - le couple (R,R),
   - le couple (B,B),
   - le couple (V,V).
3. En déduire la probabilité de "tirer deux boules de la même couleur".



## 2.6 Exercice 06

Dans une urne se trouvent 2 boules blanches et 3 boules noires.
On tire successivement deux boules sans remise.
Calculer et comparer les probabilité des deux événement suivants :

1. "Tirer deux boules de la même couleur".
2. "Tirer deux boules de couleur différentes".



## 2.7 Exercice 07

Un sportif est choisi au hasard dans un groupe pour subir un contrôle antidopage.
On appelle $T$ l'événement : "Le contrôle est positif". D'apres les statistiques, on admet que $P(T) = 0,05$
On appelle $D$ l'événement "Le coureur est dopé".
Le contrôle antidopage n'étant pas fiable à 100%, on sait que :

Si un coureur est dopé, le contrôle est positif dans 97% des cas.
Si un coureur n'est pas dopé, le contrôle est positif dans 1% des cas.

1. On note $p$ la probabilité de $D$. Déterminer $p$ à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Un coureur à un contrôle positif. Quelle est la probabilité qu'il ne soit pas dopé ?.

### 2.8 Exercice 08

Dans une classe de 30 élèves, 20 étudient l'anglais et 15 l'espagnol. De plus, 8 étudient les deux langues.
Pour un élève donné, on note :
$A$ l'événement : "l'élève étudie l'anglais" et $E$ l'événement : "l'élève étudie l'espagnol".
On choisi un élève au hasard dan la classe.

1. Représenter les données dans un diagramme de Venn.
2. Que représente l'événement $A \bigcap E$ ? Donner sa probabilité.
3. Que représente l'événement $A \bigcup E$ ? Donner sa probabilité..
4. Quel est la probabilité que l'élève choisi n'apprenne ni l'anglais ni l'espagnol ?
5. Quel est l'événement contraire de $A$ ? Calculer sa probabilité.

## 3 Variable aléatoire Loi de probabilité

### 3.1 Exercice 09 :

Un joueur lance un dé équilibré.
Si le numéro obtenu est impair, le joueur gagne 8€.
Si le numéro obtenu est 2, il perd 5€. Sinon il perd 10€
On appelle $X$ la variable aléatoire égale au gain ou perte du joueur.

1. Déterminer la loi de probabilité de X.

### 3.2 Exercice 10

On lance deux dés équilibrés.
On s'intéresse à la variable aléatoire $X$ égale à l'écart entre les deux résultats obtenus.

1. Déterminer la loi de probabilité de $X$.
2. Déterminer l'espérance de $X$.

# 4 Loi binomiale



## 4.1 Exercice 12

Un commercial doit rendre visite à 5 clients. Il sait que la probabilité d'obtenir une commande est la même pour tous ces clients et que sa valeur est de 0.2. On admet que la décision de chaque clients est indépendante des autres.
Soit $X$ la variable aléatoire représentant le nombre de clients qui ont passé une commande.

1. Quelle loi suit $X$ ? Préciser les paramètres de cette loi.
2. Quelle est la probabilité pour le commercial d'obtenir exactement trois commandes.
3. Quelle est la probabilité pour le commercial de n'obtenir aucune commandes.
4. Le commercial a-t-il plus de chance sur deux d'obtenir au moins deux commandes .

## 4.2 Exercice 13

On lance une pièce de équilibrée plusieurs fois.

1. A-t-on plus de chance d'obtenir 3 "face" en 5 lancer que 4 "face" en 6 lancers ?.

## 4.3 Exercice 14

Dans les transports en commun, il y a 13% des voyageurs qui fraudent.
Chaque jour, 500 personnes sont contrôlées.
Soit $X$ la variable aléatoire qui représente le nombre de fraudeurs sur ces 500 personnes.
Supposons que $X$ suit une loi binomiale

1. Déterminer les paramètres de la loi qui suit $X$.
2. Combien de personnes, en moyenne, vont être signalées en fraude lors de ce contrôle ?
3. Si le prix du ticket est de 250 €, quel doit être le prix de l'amende pour, qu'en moyenne, la société de transport ne perde pa d'argent avec les fraudeurs, sachant qu'il ya 5000 voyageurs par jour qui prennent les transports en commun.

# 5 Loi géométrique

## 5.1 Exercice 15 :

On lance un dé continuellement jusqu'à obtenir un six.

1. Soit $X$ le nombre de lancers nécessaire.

# 6 La loi normale



## 6.1 Exercice 16 :

Dans une loi **binomiale** $X \in \aleph$ est une variable **discrète**.
$X = 0, 1, 2..., n$
$P(X = k) = \complement_n^k P^k * (1-P)^{n-k}$
Si $n$ devient grand, Alors on passe sur une loi normale.

Dans une loi **normale** $X \in \Re$ est une variable **continue**. $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

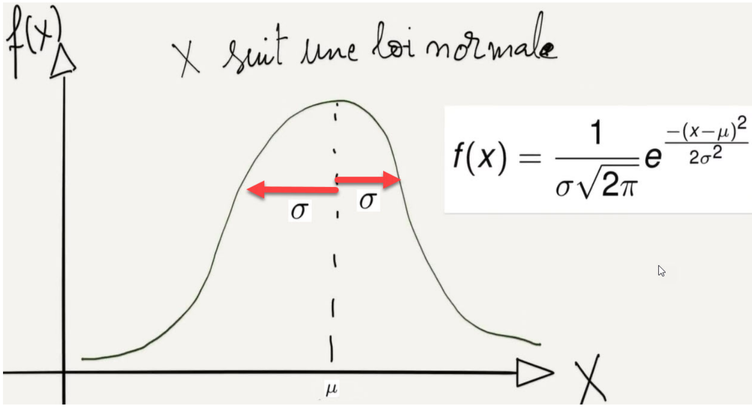



FIGURE 1 – *Loi normale*

$\mu$ = Moyenne de X ici représenté par $m$ | $\sigma$ = Écart type |$\sigma^2$ = Variance

**Toutes lois normales peut être ramenée à une loi centrale réduite**

$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
Si $T = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$ Alors $T \sim \mathcal{N}(0, 1)$

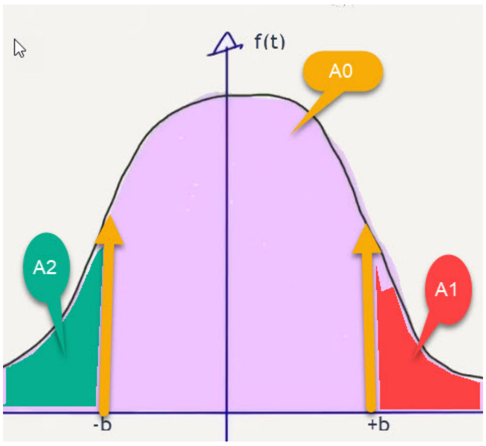



FIGURE 2 – $Loi\ normale\ \mu = 0$

- Pour $A1$ $P(T \geqslant +b$
- Pour $A2$ $P(T \leqslant +b$

On note : $A1$ $P(T \geqslant +b) = A2$ $P(T \leqslant +b)$

- Pour $A0$ $P = 1$ donc $A1$ $P(T \geqslant +b \Leftrightarrow P = 1 - P(T < b)$

### 6.2 Exercice 17 :

Selon une étude, le prix moyen d'une chambre d'hôtel à Paris est de 300 € par nuit.
Sachant que les prix des chambres soient normalement distribués avec un écart type de 80 €, calculer les probabilités suivantes :

1. La probabilité qu'une chambre d'hôtel coûte au moins 200 par nuit ?
2. La probabilité qu'une chambre d'hôtel coûte au plus 160 par nuit ?
3. La probabilité qu'une chambre d'hôtel coûte entre 250 € et 360 €u par nuit ?
4. Quel est le prix des 20% des chambres les plus chéres de Paris ?

### 6.3 Exercice 18 :

Dans un certain pays, la taille moyenne des hommes en âge d'accomplir leur service militaire est de 180 cm avec un écart type de 10 cm. Lors de la visite médicale de 10000 hommes sont contrôlés..

1. Estimer le nombre d'hommes mesurant entre 175 cm et 185 cm.
2. Si un homme mesure plus de 200 cm ou mo,s de 160 cm, il est dispensé de service militaire. Prévoir le nombre de dispensés.
3. Le ministère de la défense décide de dispenser 10% des hommes :5% car ils sont trop grands, et 5% car ils sont jugés trop petits. Déterminer la taille au-delà de laquelle un homme sera dispensé, et celle en deçà de laquelle il sera dispensé .

## 6.4 Exercice 19 :



Pour être accepter à suivre des cours dans une université, il faut passer un teste d'anglais. Sachant que les notes obtenues soient normalement distribuées, avec une moyenne de 500 et un écart de 150.

1. Quel est le pourcentage de personnes qui ont une note comprise entre 450 et 550 ?.
2. Supposez que quelqu'un ait une note de 640. Quel est le pourcentage de personnes qui ont une meilleure note ? Une moins bonne note ?
3. Si l'université n'admet pas les personnes qui ont une note inférieure à 480, quel est le pourcentage de personnes qui, ayant fait ce test, pourront être admise à l'université ?