π

Mathématiques

Trigonométrie

Fiche de synthèse

Version 1.0.1

$\longmapsto$ *Document de référence*

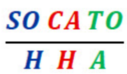
1 Plan du document

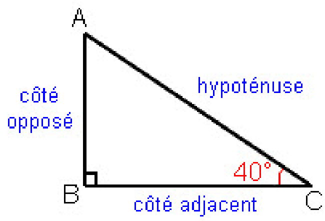
2 Trigonométrie

La **trigonométrie** est la partie des mathématiques qui fait le lien entre les **longueurs** des côtés d'un triangle rectangle et les mesures de ses **angles**.

2.1 Formule SOCATO

$$\sin = \frac{Opposé}{Hypoténuse}$$
$$\cos = \frac{Adjacent}{Hypoténuse}$$
$$\tan = \frac{Opposé}{Adjascent}$$





2.2 Utilisation du cosinus

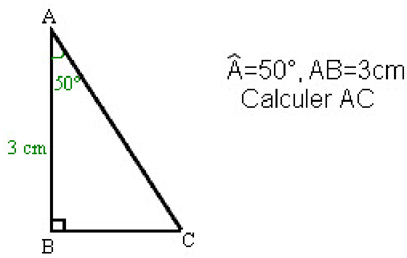
1. Écrire la formule et remplacer les valeurs connues par les données de l'énoncé.

2 SI on doit calculer une **longueur**

- Écrire le cosinus sous la forme d'une fraction sur 1.

- Réaliser un produit en croix.

$$\frac{\cos(\widehat{50})}{1} = \frac{3}{AC} \Rightarrow \cos(50) = 0,64 \Rightarrow AC \approx 4,7cm$$



3 SI on doit calculer **l'angle**

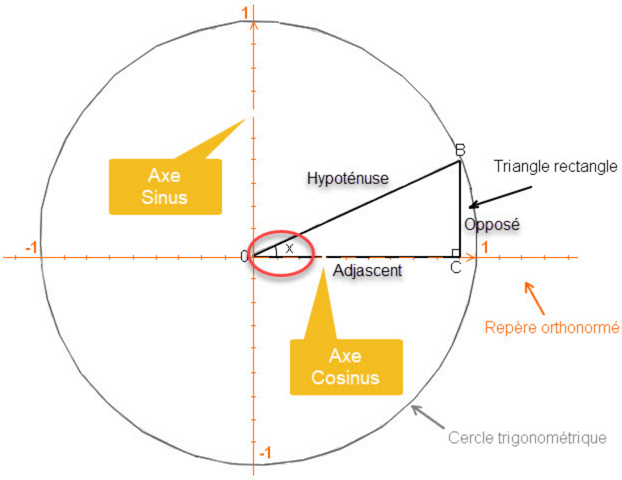
- Appliquer la fonction réciproque du cosinus au résultat obtenu.

$$\cos(40^0) = 0,77 \Leftrightarrow \cos^{-1} 0,77 = 40^0$$

Attention ! Afin d'éviter une erreur de précision dans le résultat, il est préférable de calculer $\cos^{-1}\frac{2}{3}$ en une seule étape sur la calculatrice plutôt que de calculer le $\cos^{-1}$d'un arrondi de $\frac{2}{3}$.

3 Le cercle trigonométrique

Considérons un triangle rectangle placé dans un cercle de rayon 1 dont le centre est à l'origine d'un **repère orthonormé**.
Un tel cercle s'appelle un cercle trigonométrique.
A chaque valeur de de l'angle $\widehat{X}$ correspond une longueur OC.
Il existe donc une f qui $\forall$ angle $\widehat{X}$ associe l'abscisse du point C. Cette fonction est la **fonction cosinus**.
SI C à droite de O, ALORS $\cos(x)$ est la longueur OC.



- Le **cosinus** de x est l'**abscisse** du point B
- Le **sinus** de x est l'**ordonnée** du point B.

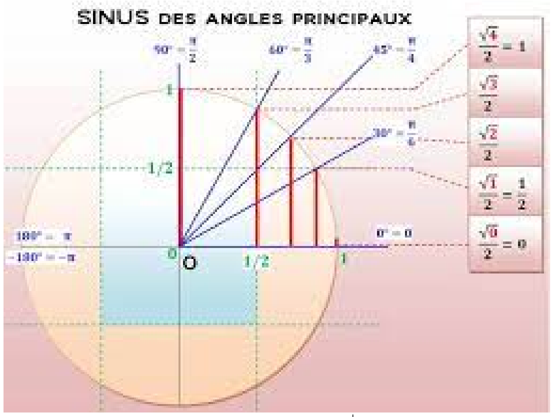
D'après le théorème de Pythagore dans le triangle OCB rectangle en C, on a la formule : $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

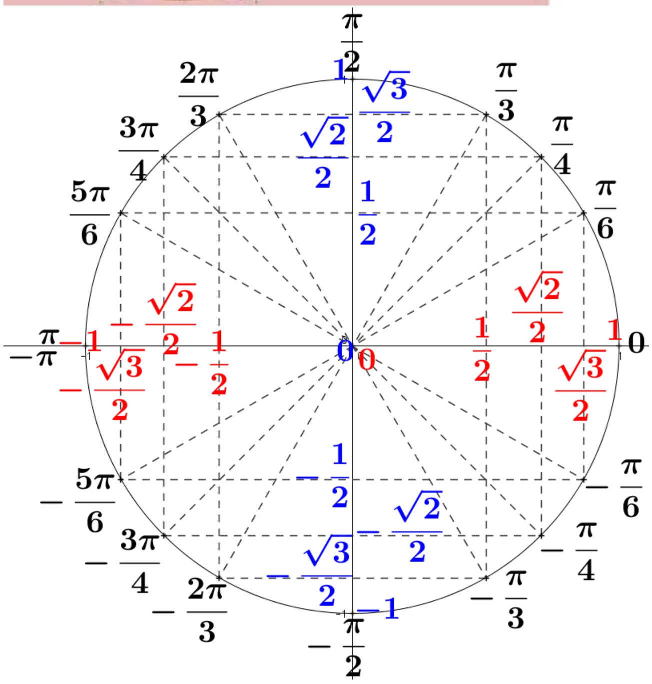
- La tangente d'un angle est le quotient de son sinus par son cosinus : $\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$

4 Valeurs remarquables

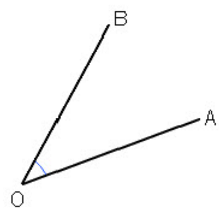
$Degré$	$Radians$	$X = \cos(\sigma)$	$Y = \sin(\sigma)$
0	0	1	0
30	$\pi \div 6$	$\sqrt{3} \div 2$	$1 \div 2$
45	$\pi \div 4$	$\sqrt{2} \div 2$	$\sqrt{2} \div 2$
60	$\pi \div 3$	$1 \div 2$	$\sqrt{3} \div 2$
90	$\pi \div 2$	0	
120	$2\pi \div 3$	$-1 \div 2$	
135	$3\pi \div 4$	$-\sqrt{2} \div 2$	
150	$5\pi \div 6$	$-\sqrt{3} \div 2$	
180	π	-1	0
210	$7\pi 6$	$-\sqrt{3} \div 2$	
225	$5\pi \div 4$	$-\sqrt{2} \div 2$	
240	$4\pi \div 3$	$-1 \div 2$	
270	$3\pi \div 2$	0	-1
300	$5\pi \div 3$	$1 \div 2$	
315	$7\pi \div 4$	$\sqrt{2} \div 2$	
330	$11\pi \div 6$	$\sqrt{3} \div 2$	
380	2π	1	0

Ne pas oublier angle A-Angle B = 180°





5 Les angles orientés

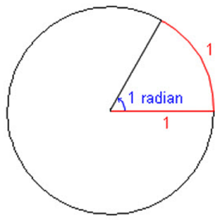


- Un **angle orienté** est un angle formé par un **point d'origine** et **deux vecteurs** partant de ce point, mesuré en **radians**
- Il tourne dans le **sens inverse des aiguilles d'une montre** (sens trigonométrique)

Angle géométrique	$\widehat{O}$	$= \widehat{AOB}$	$= \widehat{BOA}$
Angles orienté	$(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB} > 0)$	$(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA} < 0)$	$(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB} = -(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA} < 0))$

6 Une nouvelle unité de mesure des angles : le radian

6.1 Définition



- Le **radian** est une unité de mesure d'angle.

Prenons un cercle de rayon 1 et plaçons sur son contour un bout de ficelle de longueur 1.

- Un radian est la mesure de l'angle formé par le centre du cercle et les 2 extrémités de la ficelle.

Exemple :

- Un angle qui mesure X radians est obtenu avec un morceau de ficelle de longueur X.
- Donc, si nous réalisons un tour complet du cercle (360 degrés), la formule du périmètre du cercle donne :

$P = 2 * \pi * 14$ donc $P = 2\pi$ donc $360^o = 2\pi$ radians.

6.2 Mesure du principal

La mesure principale d'un angle orienté est . $\pi < x \leqslant \pi$.

Ajouter ou en enlever autant de fois 2π que nécessaire.

Une méthode pour calculer la mesure principale :

$-\pi < \frac{85}{3} + k * 2\pi \leqslant +\pi$	Écrire la double inéquation correspondant au problème
$-\pi - \frac{85}{3} < 2 * k * \pi \leqslant +\pi - \frac{85}{3}$	Chercher à isoler k pour savoir combien de tour à enlever ou à ajouter
$\frac{-3\pi - 85\pi}{3} < 2 * k * \pi \leqslant \frac{3\pi - 85\pi}{3}$	Simplifier après avoir ôter $\frac{85\pi}{3}$ aux termes de l'inéquations. Dénominateur commun = 3
$\frac{-3-85}{6} < k \leqslant \frac{3-85}{6}$	Diviser les termes de l'inéquation par 2π. Multiplier D par 2π
$-14,6 < k \leqslant -13,6 \Rightarrow K = 14$	K est un entier
$\frac{85\pi}{3} - 15 * 2\pi \Rightarrow \frac{\pi}{3}$	La mesure principale est $\frac{\pi}{3}$.Réduire au dénominateur commun = 3