



Mathématiques financières

Statistiques descriptives

Cours

Version 1.3.0

→ *Document de référence*
→ *Package TiKz*
→ *Package Spreadtab*

Table des matières

1	MÉDIANE MOYENNE ÉCART TYPE	4
1.1	AMPLITUDE, MODE et CLASSE MODALE	4
1.2	LES MOYENNES	5
1.2.1	MOYENNE ARITHMÉTIQUE :	6
1.2.2	MOYENNE GÉOMÉTRIQUE :	7
1.2.3	MOYENNE HARMONIQUE : simple et pondérée.	8
1.3	LA MÉDIANE	9
1.3.1	LA MÉDIANE PAR LE CALCUL d'après les effectifs n_i	9
1.3.2	LA MÉDIANE PAR LE CALCUL d'après les fréquences n_i	9
1.3.3	LA MÉDIANE PAR Le graphique	10
1.4	QUARTILE	11
1.4.1	Tableau de données	12
1.4.2	Calcul de Q1	12
1.4.3	Calcul de Q3	12
1.4.4	Diagramme	12
1.4.5	Exemple de diagramme à moustache simple	13
1.5	DÉCILE	14
1.6	VARIANCE ET ÉCART-TYPE	15
1.6.1	Définitions	15
1.6.2	Formule	15
1.6.3	Exemple	15
2	LES INDICES	16
2.1	Objectifs des indices	16
2.1.1	Types d'indice	16
2.1.2	Objectif des indices	16
2.1.3	Base des indices	16
2.1.4	Exemples	16
2.2	Les indices simples et leur transférabilité	17
2.2.1	Données	17
2.2.2	Formule	17
2.2.3	Procédure	17
2.3	La moyenne des indices et leur transférabilité	18

2.3.1	Données	WP-CMS	18
2.3.2	Formule		18
2.3.3	Procédure Évolution de la moyenne des indices		18
2.4	Indices Laspeyres, Paasche, Fisher et leur transférabilité		19
2.4.1	Données		19
2.4.2	Formule		19
2.4.3	Procédure Indices L.P.F.		19
3	LES SÉRIES		20
3.1	Taux d'évolution global et moyen		20
3.1.1	Données		20
3.1.2	Taux d'évolution global		20
3.1.3	Taux d'évolution moyen		20
3.2	Méthode des MOINDRES CARRÉS		21
4	STATISTIQUES A DEUX VARIABLES		22
4.1	Un schéma simple pour tout comprendre		22
4.2	Corrélation et ajustement LINÉAIRE		23
4.3	Corrélation et ajustement LOGARITHMIQUE.		24
4.4	Corrélation et ajustement EXPONENTIEL.		25
4.5	Corrélation et ajustement DE PUISSANCE		26

Chapitre 1

MÉDIANE MOYENNE ÉCART TYPE

1.1. AMPLITUDE, MODE ET CLASSE MODALE

(Loyers)		(Appartements)	(Amplitude)	a_i	-
X_{i1}	X_{i2}	N_i	A_i	$d_i = n_i \div A_i$	Notes
4	6	15	2	7.5	-
6	8	40	2	20	a_{i-1}
8	10	50	2	25	a_i
10	15	70	5	14	a_{i+1}
15	20	20	5	4	-
20	30	5	10	0.5	-
Total		200	-	-	-

Légende :

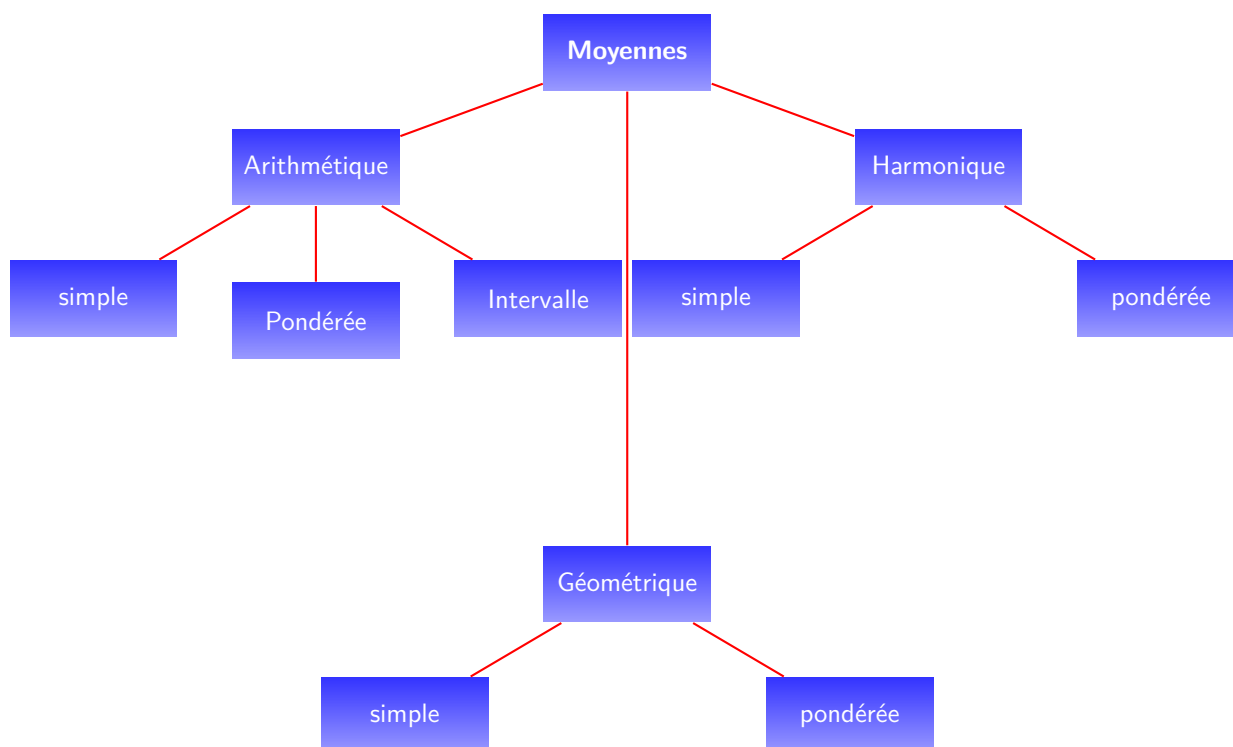
- x_i , intervalle des montants annuels des loyers en milliers d'euro. Cette classe se note $[X_1, X_2]$.
- n_i , nombre d'appartement dont les loyers sont compris dans l'intervalle (ou classe).
- **L'amplitude** la différence entre les bornes de l'intervalle $X_2 - X_1$

1 - Normalement le **Mode**, correspond à l'effectif le plus grand. Ici 70 donc la classe nodale est $[10 - 15]$.

2 - Désormais le **Mode**, correspond à plus grand $d_i = \frac{n_i}{A_i}$. Ici 25 donc **la classe nodale** est $[8 - 10]$.

Formule de l'interpolation linéaire : $\text{Mode} = x_1 + \frac{a_i - a_{i-1}}{(a_i - a_{i-1})(a_i - a_{i+1})} * (x_2 - x_1)$

$$\text{Mode} = 8 + \frac{25 - 20}{(25 - 20)(25 - 14)} * (10 - 8) = 8,63$$



- La **moyenne** pour un ensemble de données énumérées est la somme de toutes les données divisée par le nombre de données. Lorsque les données sont regroupées en **classes** (en **intervalles**), on considère seulement la milieu de chacune des classes pour estimer la moyenne d'une telle distribution.



Calcul de la **Moyenne** :

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i * \mathcal{C}_i}{N}$$

Avec $\bar{X}$, la moyenne

x_i	n_i	$\mathcal{C}_i$	$n_i * \mathcal{C}_i$
intervalles des notes	copies/intervalles	centre des intervalle	-
[0; 4[	10	$\frac{0+4}{2} = 2$	20
[4; 8[	15	6	90
[8; 12[	30	10	300
[12; 16[	20	14	280
[16; 20[	5	18	90
N=Nombre de copie corrigée	80		780

- On applique la formule $\bar{X} = \frac{\sum n_i * \mathcal{C}_i}{N}$
- On calcul $\bar{X} = \frac{780}{80} \Rightarrow \bar{X} = 9,75$

1.2.1 MOYENNE ARITHMÉTIQUE :

WP-CMS

MOYENNE ARITHMÉTIQUE : simple

X_i
(Note / 20)
18
19
2
16
12

Légende : Liste des notes de l'ensemble des copies.

$$\text{Moyenne arithmétique simple} = \frac{\sum X_i}{\text{Nombre de notes}}$$

$$\text{Moyenne arithmétique simple} = \frac{67}{5} = 13,4 \Rightarrow \text{On trouve 13, la } \textbf{moyenne} \text{ des notes de la classe.}$$

MOYENNE ARITHMÉTIQUE : pondérée

(Enfant)	(Famille)	(-)
X_i	N_i	$X_i * N_i$
0	8	0
1	10	10
2	4	8
3	5	15
4	3	12
-	30	45

Légende : La ligne 2 se lit, on compte 10 familles qui ont 1 enfant.

$$\text{Moyenne arithmétique pondérée} = \frac{\sum X_i * n_i}{\text{Nombre de famille}}$$

$$\text{Moyenne arithmétique pondérée} = \frac{45}{30} = 1.5 \Rightarrow \text{On trouve en moyenne 1.5 enfants par famille.}$$

MOYENNE ARITHMÉTIQUE : de variables continues (intervalles)

Age1		(Enseignants)	(Centre des classes)	$Ni * Ci$
$Xi1$	$Xi2$	Ni	Ci	$Ni * Ci$
25	30	10	27.5	275
30	40	15	35	525
40	50	30	45	1350
50	60	14	55	770
60	65	11	62.5	687.5
-	-	80	-	3607.5

Légende : La ligne 2 se lit, on compte 15 enseignants dans la tranche d'âge [30-40].

$$\text{Moyenne arithmétique valeurs continues} = \frac{\sum n_i * C_i}{\text{Nombre de enseignant}}$$

$$\text{Moyenne arithmétique} = \frac{3607.5}{80} = 45.09375 \Rightarrow \text{L'âge } \textbf{moyen} \text{ des enseignants de cet établissement est de 45 ans .}$$

1.2.2 MOYENNE GÉOMÉTRIQUE :

WP-CMS

MOYENNE GÉOMÉTRIQUE : simple

(Années)	(Augmentation salaire %)	(Coefficient multiplicateur)
X_i	N_i	
0	14	1.14
1	10	1.1
2	20	1.2

Légende : Exemple de la ligne 2, le salaire de la 2ème année à augmenter de 10 % .

$$\text{Moyenne géométrique simple} = \sqrt[3]{1.14 * 1.1 * 1.2} \text{ OU } (1.04 * 1.10 * 1.20)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Moyenne géométrique simple} = 1.14594 \Rightarrow \text{soit en \% } (1.14594 - 1) * 100 = 14.5935 \%$$

On trouve que les salaires ont augmentés en **moyenne** de 14.59 % durant ces 3 ans .

MOYENNE GÉOMÉTRIQUE : pondérée

(Années)	(Augmentation salaire %)	(Coefficient multiplicateur)
X_i	N_i	
1	5	1.05
2	5	1.05
3	9	1.09
4	9	1.09
5	9	1.09
6	9	1.09
7	12	1.12

Légende : Exemple de la ligne 2, le salaire de la 2ème année à augmenter de 5 %.

On note que sur les 7 ans, il y a eu 2 augmentations de 5 %, 4 de 9 % et 1 de 12 %.

$$\text{Moyenne géométrique pondérée sur 7 ans} = \sqrt[7]{1.05^2 * 1.09^4 * 1.12^1} \text{ OU } (1.05^2 * 1.09^4 * 1.12^1)^{\frac{1}{7}}$$

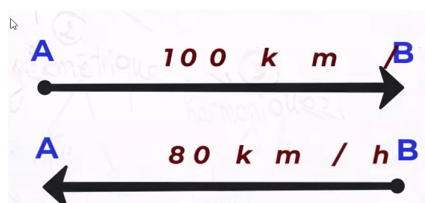
$$\text{Moyenne géométrique pondérée} = 1.08258 \Rightarrow \text{soit en \% } (1.08258 - 1) * 100 = 8.25806 \%$$

On trouve que les salaires ont augmentés en **moyenne pondérée** de 8.25 % durant ces 7 ans .

1.2.3 MOYENNE HARMONIQUE : simple et pondérée.

WP-CMS

MOYENNE HARMONIQUE : simple



Moyenne harmonique **simple** : Moyenne harmonique **simple** = $\frac{1}{V} = \frac{1}{n} * \left[\frac{1}{V[A \rightarrow B]} + \frac{1}{V[B \rightarrow A]} \right]$

n , le nombre de trajets, $V[A \rightarrow B]$, trajet de A vers B.

$$\text{Moyenne harmonique simple} = \frac{1}{V} = \frac{1}{2} * \left[\frac{1}{100} + \frac{1}{80} \right] = 0,01125 \Rightarrow V = \frac{1}{0,01125} = 88,89 \text{ Km/h} .$$

MOYENNE HARMONIQUE : pondérée

Durant une semaine, vous roulez :

- 4 matin à 90 km/h,
- 1 matin à 80 km/h,
- 3 matin à 60 km/h,
- 2 matin à 55 km/h.

x_i	n_i
(V Km/h)	(Trajets)
90	4
80	1
60	3
55	2
	10

Moyenne harmonique **pondérée** : Moyenne harmonique **pondéré** = $\frac{1}{V} = \frac{1}{n} * \left[\frac{N_1}{V X_1} + \dots + \frac{N_4}{V X_2} \right]$

n , le nombre de trajets total, N_i , le nombre de trajets à la même vitesse x_i .

$$\text{Moyenne harmonique pondéré} = \frac{1}{V} = \frac{1}{10} * \left[\frac{4}{90} + \frac{1}{80} + \frac{3}{60} + \frac{2}{55} \right] = 0,01433081 \Rightarrow V = \frac{1}{0,01433081} = 69,8 \text{ Km/h} .$$

- La **médiane** est le **point milieu d'un ensemble de données**, de sorte que 50 % des unités ont une valeur inférieure ou égale à la médiane et 50 % des unités ont une valeur supérieure ou égale.

1.3.1 LA MÉDIANE PAR LE CALCUL d'après les effectifs n_i

Classe		(copies par classe)	(Effectif cumulé $\nearrow$)	(Effectif cumulé $\searrow$)
X_{i1}	X_{i2}	N_i	ECC	ECD
0	4	10	10	80
4	8	15	25	70
8	12	30	55	55
12	16	20	75	25
16	20	5	80	5
N= Copies corrigées		80	-	-

- **Calculer** $R = \frac{N}{2} = 40$ pour **identifier** la classe des notes par rapport à $ECC = R$. $R = \frac{80}{2} = 40 \Rightarrow$ Classe = [8 – 12]
- **Chercher** R dans la colonne ECC , on trouve $R \in [f(x_1); f(x_2)]$ Soit [25; 55]
- **Faire correspondre** l'intervalle correspondant dans la colonne x_i on trouve $R \in [x_1; x_2]$ Soit $\in [8, 12]$
- **Appliquer la formule :**
$$\frac{M - x_1}{\mathcal{R} - f(x_1)} = \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)}$$

Avec M , la médiane et $\mathcal{R} = \frac{N}{2}$, le nombre de copie divisé par deux $\frac{\sum n_i}{2}$

$$\text{Donc } \frac{M - 8}{40 - 25} = \frac{12 - 8}{55 - 25} \Rightarrow \frac{M - 8}{15} = \frac{4}{30} \Rightarrow M = 8 + \left(15 * \frac{4}{30}\right)$$

La médiane par le calcul des effectifs est **M=10**

1.3.2 LA MÉDIANE PAR LE CALCUL d'après les fréquences n_i

Classe		(copies par classe)	Fréquence Classe	(Effectif cumulé $\nearrow$)	(Effectif cumulé $\searrow$)
X_{i1}	X_{i2}	N_i	F_i	$FCC++$	$FDC--$
0	4	10	12.5	12.5	100
4	8	15	18.75	31.25	87.5
8	12	30	37.5	68.75	68.75
12	16	20	25	93.75	31.25
16	20	5	6.25	100	6.25
N= Copies corrigées		80	100	-	-

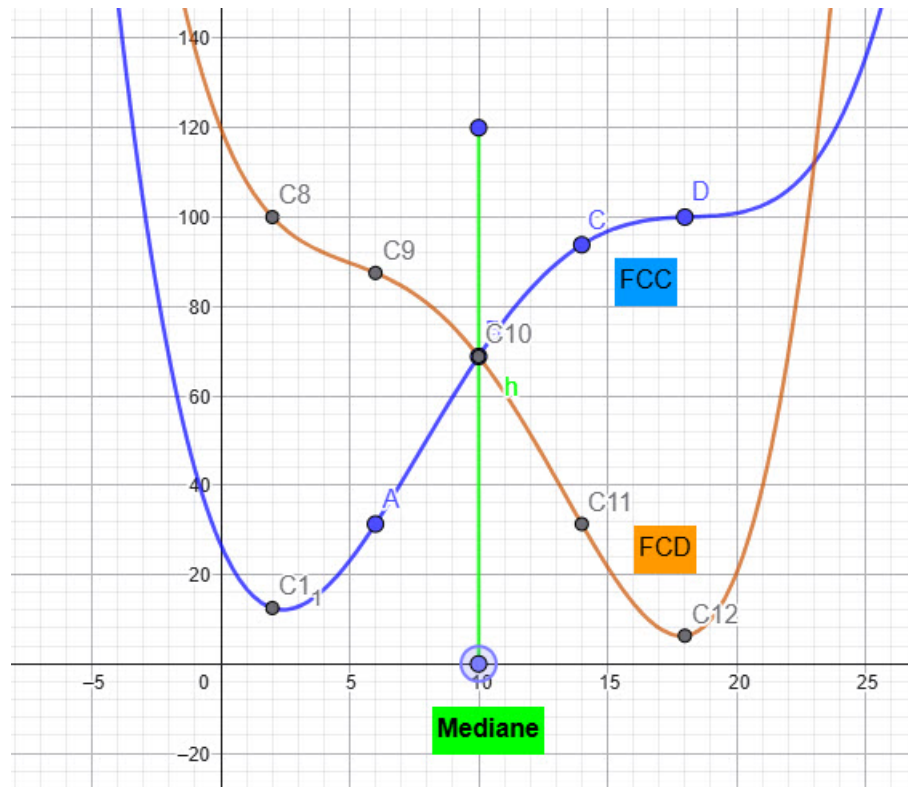
- **Calculer** $M = 50\%$ pour **identifier** la classe des notes par rapport à $FCC = M$. $M = 50 \Rightarrow$ Classe [8-12].
- **Chercher** M dans la colonne FCC , on trouve $M \in [f(x_1); f(x_2)]$ Soit [31,3; 68,8]
- **Faire correspondre** la classe correspondante dans la colonne x_i on trouve $M \in [x_1; x_2]$ Soit $\in [8, 12]$

- Appliquer la formule :
$$\frac{M - x_1}{\mathcal{M} - f(x_1)} = \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)}$$

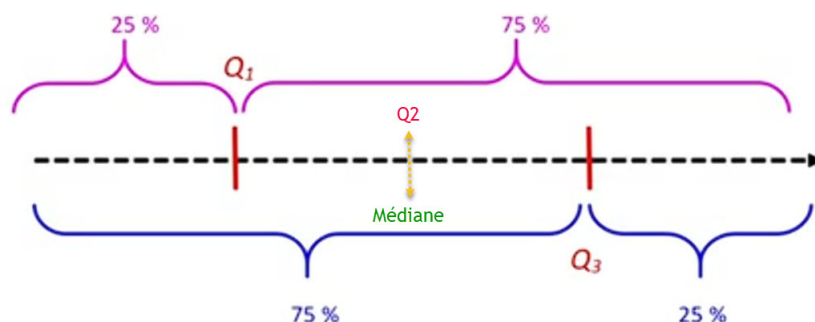
Avec M , la médiane par définition égale à 50 %

$$\text{Donc } \frac{M - 8}{50 - 31,3} = \frac{12 - 8}{68,8 - 31,3} \Rightarrow \frac{M - 8}{18,7} = \frac{4}{37,5} \Rightarrow M = 8 + \left(18,7 * \frac{4}{37,5}\right)$$

$\Rightarrow$ La médiane par le calcul des fréquences est **M=10**



- La **Quartile**, c'est chacune des trois valeurs qui divisent les données triées en quatre part égales, de sorte que chacune représente $1 \div 4$ de l'échantillon de population.
- La connaissance des quartiles permet de calculer l'**écart inter-quartiles** ($Q_3 - Q_1$) qui est une mesure de la dispersion de la série statistique.
- Plus l'écart est faible et plus la série est **homogène**.



- **Le premier quartile** : Q_1 est la plus petite valeur d'une série statistique telle qu'au moins 25 % des valeurs lui sont inférieures ou égales et 75 % lui sont strictement supérieures.
- **Le troisième quartile** : Q_3 est la plus petite valeur d'une série statistique telle qu'au moins 75 % des valeurs lui sont inférieures ou égales et 25 % lui sont strictement supérieures.
- **Le deuxième quartile** : Q_2 existe, mais les statisticiens le substituent à la **médiane** malgré que leurs valeurs soient différentes.



- Calcul d'un quartile **d'après les fréquences** :

$$\text{Pour } Q_1 \quad \frac{Q_1 - x_1}{25 - f(x_1)} = \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)} \quad \text{et pour } Q_3 \quad \frac{Q_3 - x_1}{75 - f(x_1)} = \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)}$$

On applique ensuite la même méthode que pour la médiane

Classe note		Copies par classe	Fréquence par classe	FCC ++
X_{i1}	X_{i2}	N_i	F_i	FCC ++
0	8	15	18.75	18.75
8	16	24	30	48.75
16	24	14	17.5	66.25
24	32	18	22.5	88.75
32	40	9	11.25	100
N= Copies corrigées		80	100	-

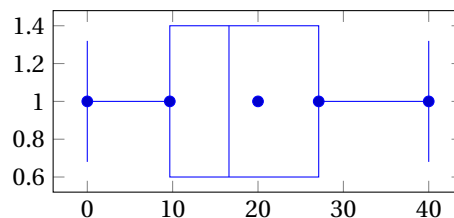
1.4.2 Calcul de Q_1

- **Chercher** Q_1 dans la colonne FCC, on trouve $Q_1 \in [f(x_1); f(x_2)]$ Soit $[18, 8; 48, 8]$
 - **Faire correspondre** la classe correspondante dans la colonne x_i , on trouve $Q_1 \in [x_1; x_2]$ Soit $\in [8, 16]$
 - **La formule pour** Q_1 :
$$\frac{Q_1 - x_1}{25 - f(x_1)} = \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)}$$
- $Q_1 = 25 \% \star f x_2 - f x_1 = 30 \star x_2 - x_1 = 8 \star 25 - f x_1 = 6.25$
 $Q_1 = x_1 + \left((25 - f x_1) * \frac{(x_2 - x_1)}{(f x_2 - f x_1)} \right)$
 $\Rightarrow Q_1 = 9.666664$

1.4.3 Calcul de Q_3

- **Chercher** Q_3 dans la colonne FCC, on trouve $Q_3 \in [f(x_1); f(x_2)]$ Soit $[66, 3; 88, 8]$
 - **Faire correspondre** la classe correspondante dans la colonne x_i on trouve $Q_3 \in [x_1; x_2]$ Soit $\in [24; 32]$
 - **La formule pour** pour Q_3 :
$$\frac{Q_3 - x_1}{75 - f(x_1)} = \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)}$$
- $Q_3 = 75 \% \star f x_2 - f x_1 = 22.5 \star x_2 - x_1 = 8 \star 75 - f x_1 = 8.75$
 $Q_3 = x_1 + \left((75 - f x_1) * \frac{(x_2 - x_1)}{(f x_2 - f x_1)} \right)$
 $\Rightarrow Q_3 = 27.11101$

1.4.4 Diagramme

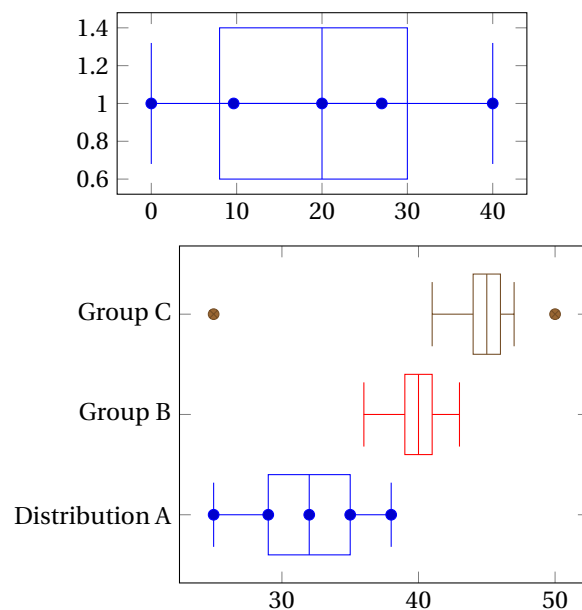


1.4.5 Exemple de diagramme à moustache simple

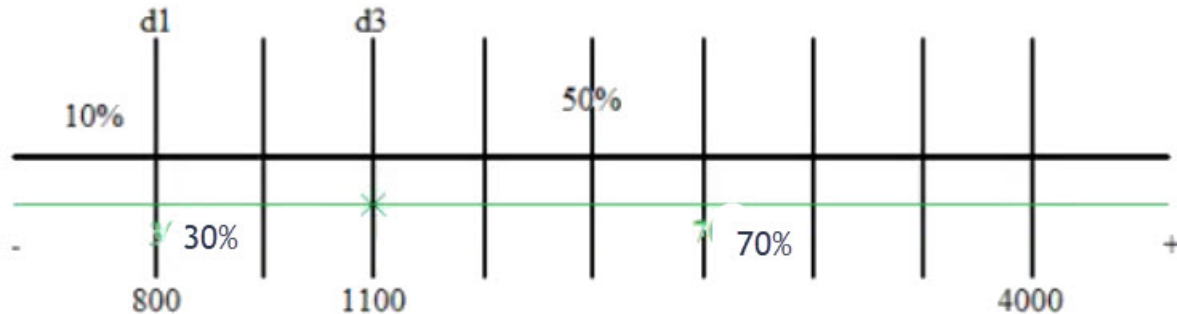
WP-CMS

On donne la distribution simple suivante : 25,28,29,29,30,34,35,35,37,38.

- La médiane = 32
- $Q1 = 29$
- $Q3 = 35$
- Le minimum de la série = 25
- Le maximum de la série = 38



En statistique descriptive, un **décile** est chacune des 9 valeurs qui divisent un jeu de données, triées selon une relation d'ordre, en **10 parts égales**, de sorte que chaque partie représente 1/10 de l'échantillon de population. Le décile fait partie des quantiles..



Exemple : Répartition de la population en fonction des salaires nets mensuels en €.

On subdivise la population en dix groupes de 10 %.

10 % des salariés perçoivent au mieux 800 € nets par mois.

90 % des salariés perçoivent au moins 800 € nets par mois.

30 % des salariés perçoivent au mieux 1100 € nets par mois.

70 % des salariés perçoivent au moins 1100 € nets par mois



- Calcul d'un décile **d'après les fréquences** :

$$\text{Pour } D_3 \quad \frac{D_3 - x_1}{30 - f(x_1)} = \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)}$$

On applique ensuite la même méthode que pour la médiane

Classe note		Copies par classe	Fréquence par classe	FCC ++
X_{i1}	X_{i2}	N_i	F_i	FCC ++
0	8	15	18.75	18.75
8	16	24	30	48.75
16	24	14	17.5	66.25
24	32	18	22.5	88.75
32	40	9	11.25	100
N= Copies corrigées		80	100	-

- **Chercher** D_3 dans la colonne FCC, on trouve $D_3 \in [f(1); f(x_2)]$ Soit **[18,8;48,8]**

- **Faire correspondre** la classe correspondante dans la colonne x_i on trouve $Q_1 \in [x_1; x_2]$ Soit **∈ [8, 16]**

- **La formule pour** : $D_3 : \frac{D_3 - x_1}{30 - f(x_1)} = \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)}$

$$\Rightarrow D_3 = 11$$

1.6.1 Définitions

- La **variance**, σ^2 est une mesure statistique de la **dispersion** des données au sein d'un ensemble. Elle mesure l'écart de chaque valeur par rapport à la **moyenne**, et donc par rapport à toutes les autres valeurs.
- La **écart type**, σ est la racine carrée de la variance. **SI** la **valeur est proche de 0** **ALORS** l'ensemble des données est homogène **SINON** l'ensemble est **hétérogène**.

1.6.2 Formule



Calcul de la **Varianace** : $Varianace = \mathcal{V} = \frac{\sum (\mathcal{C}_i - \bar{X})^2}{V}$

Calcul de l'**écart type** : $Ecart\ type = \sigma = \sqrt{\mathcal{V}}$

SI Un écart type proche de 0 **ALORS** le niveau des notes est **homogène**.

SI l'écart type s'éloigne de la moyenne **ALORS** le niveau des notes est **hétérogène**

1.6.3 Exemple

Classe note		Copies par classe	Centre des classes				
X_{i1}	X_{i2}	N_i	C_i	$N_i * C_i$	$C_i - \bar{X}$	$(C_i - \bar{X})^2$	$N_i * (C_i - \bar{X})^2$
0	4	10	2	20	-7.75	60.062	600.62
4	8	15	6	90	-3.75	14.062	210.93
8	12	30	10	300	0.25	0.062	1.86
12	16	20	14	280	4.25	18.062	361.24
16	20	5	18	90	8.25	68.062	340.31
N= Copies corrigées		80	50	780			1514.96
Moyenne $\Rightarrow \bar{X}$		9.75					

- Rappel de la formule $\bar{X} = \frac{\sum N_i * C_i}{\sum N_i}$ $\bar{X} = \frac{780}{80}$ $\bar{X} = 9.75$

- On applique la formule de la variance $\mathcal{V} = \frac{\sum (\mathcal{C}_i - \bar{X})^2}{\sum N_i}$

Donc $Varianace = \frac{1515}{80} \Rightarrow V = 18.937$

- On applique la formule de l'écart type $\sigma = \sqrt{\mathcal{V}}$

Donc $Ecart\ type = \sqrt{18.94} \Rightarrow \sigma = 4.35165$

Chapitre 2

LES INDICES

2.1. OBJECTIFS DES INDICES

2.1.1 Types d'indice

- On distingue deux types d'indices : les indices simples et les indices synthétiques.

2.1.2 Objectif des indices

- Pourquoi on fait appel à tel ou tel indice : - Pour **comparer** une période 0 (d'origine) à une autre période 1 (plus récente) afin de constater une **augmentation** ou une **diminution**.

2.1.3 Base des indices

- Quand on parle d'indice, on parle aussi de **Base**. - Valeur d'arrivée divisée par la valeur de départ et multiplier par la Base. **Le résultat, bien que multiplier par la Base, n'est pas un pourcentage.**
 - Si le résultat $R > Base$, on a une augmentation
 - Si le résultat $R < Base$, on a une diminution.

2.1.4 Exemples

- **Les indices simples**

On fait appel aux **indices simples** quand on a une seule grandeur (variable) et un seul indicateur.

Exemple : dépenses d'habillement **sans** distinction du type d'habillement.

- **Indice synthétique : Moyenne des indices**

On fait appel aux **moyenne des indices** quand on a une plusieurs grandeurs (variables) et un seul indicateur.

Exemple : dépenses d'habillement **avec** distinction du type d'habillement.

- **Indice synthétique : Lapeyres - Paashe - Fisher**

On fait appel aux **moyenne des indices** quand on a une plusieurs grandeurs (variables) et plusieurs indicateur.

Exemple : dépenses d'habillement **avec** distinction du type d'habillement mais Quantité et prix.

2.2.1 Données

Années et CA en milliers d'€		
2010	2025	2020
50	80	140

2.2.2 Formule

**Indice simple**

$$I_{A \div D} = \frac{A}{D} * B \text{ avec ici } B = 100$$

- A Période d'arrivée, D Période de départ et B La base, ici est $B = 100$

2.2.3 Procédure

- On prend la **Base 100**.

- On calcule l'indice 2015 par rapport à 2010

$$I_{2015 \div 2010} = \frac{80}{50} * 100 = 160.00$$

L'indice est > 100 , on en déduit donc une augmentation de 60 %

- On calcule l'indice 2020 par rapport à 2015

$$I_{2015 \div 2010} = \frac{140}{80} * 100 = 175.00$$

L'indice est > 100 , on en déduit donc une augmentation de 75 %

- On calcule l'indice 2020 par rapport à 2010

$$I_{2015 \div 2010} = \frac{140}{50} * 100 = 280.00$$

L'indice est > 100 , on en déduit donc une augmentation de 180 %

- **Vérification de la transférabilité**

$$SI \ I_{2015 \div 2010} * I_{2020 \div 2015} = I_{2020 \div 2010}$$

ALORS les indices simples sont **Transférable** $\frac{160.00 * 175.00}{100} = 280.00$

2.3.1 Données

Indicateurs	CA en €			Indice base 100		
	2010	2015	2020	$I_{2015-2010}$	$I_{2020-2015}$	$I_{2020-2010}$
Pantalons	10000	20000	15000	200	75	150
Chemises	30000	24000	36000	80	150	120
Jupes	20000	25000	30000	125	120	150

2.3.2 Formule

**La moyenne des indices et leur transférabilité**

- On calcule les indices simples par période

$$I_{A \rightarrow D} = \frac{A}{D} * B \text{ avec ici } B = 100$$

- A Période d'arrivée, D Période de départ et B La base, ici est $B = 100$
- Puis on calcule les moyennes par période

$$\text{Pour } I_{A \rightarrow D}, \text{ La moyenne} = \frac{\sum \text{Indicateurs}}{\text{Nombre d'indicateur}}$$

2.3.3 Procédure Évolution de la moyenne des indices

- On prend la Base 100.

- On calcule la moyenne 2015 par rapport à 2010

$$I_{2015 \rightarrow 2010} = \frac{200 + 80 + 125}{3} = 135 \text{ L'indice est } > 100, \text{ on en déduit donc une augmentation de } 35 \%$$

- On calcule la moyenne 2020 par rapport à 2015

$$I_{2020 \rightarrow 2015} = \frac{75 + 150 + 120}{3} = 115 \text{ L'indice est } > 100, \text{ on en déduit donc une augmentation de } 15 \%$$

- On calcule la moyenne 2020 par rapport à 2010

$$I_{2020 \rightarrow 2010} = \frac{150 + 120 + 150}{3} = 140 \text{ L'indice est } > 100, \text{ on en déduit donc une augmentation de } 40 \%$$

- Vérification de la transférabilité

$$SI \quad M_{2015 \rightarrow 2010} * M_{2020 \rightarrow 2015} \neq M_{2020 \rightarrow 2010}$$

ALORS les moyennes des indices simples ne sont pas **Transférable** $\frac{135 * 115}{100} \neq 140$

- Pour des résultats individuelles, On peut dire qu'entre 2015 et 2010, les pantalons ont augmentés de 100 %

2.4. INDICES LASPEYRES, PAASCHE, FISHER ET LEUR TRANSFÉRABILITÉ WP-CMS

2.4.1 Données

Indicateurs	2010		2015		2020	
	Q	P	Q	P	Q	P
Pantalon	1000	10 €	1500	10 €	1200	13 €
Chemises	1500	20 €	1200	30 €	1500	24 €
Jupes	800	25 €	1500	20 €	2000	15 €

- **Exemple** : 2 Grandeurs = Le prix et la quantité et 3 Indicateurs = Pantalon, Chemise et Jupe.

2.4.2 Formule



Indices LASPEYRES

Prix $\Rightarrow L_{t \div 0}^P = 100 * \frac{\sum P_t * Q_0}{\sum P_0 * Q_0}$ Quantité $\Rightarrow L_{t \div 0}^Q = 100 * \frac{\sum P_0 * Q_t}{\sum P_0 * Q_0}$



Indices PAASCHE

Prix $\Rightarrow P_{t \div 0}^P = 100 * \frac{\sum P_t * Q_t}{\sum P_0 * Q_t}$ Quantité $\Rightarrow P_{t \div 0}^Q = 100 * \frac{\sum P_t * Q_t}{\sum P_t * Q_0}$



Indices FISHER

Prix $\Rightarrow F_{t \div 0}^P = \sqrt{L_{t \div 0}^P * P_{t \div 0}^P}$ Quantité $\Rightarrow F_{t \div 0}^Q = \sqrt{L_{t \div 0}^Q * P_{t \div 0}^Q}$

2.4.3 Procédure Indices L.P.F.

- Pour appliquer ces formules, on doit être en présence de x grandeurs et x indicateurs
- On applique les formules ci-dessus pour remplir le tableau suivant.
- Pour éviter des calcul simple mais fastidieux, télécharger le fichier Excel [Cours statistique descriptive](#).

Indicateurs	2010		2015		2020	
	Q	P	Q	P	Q	P
LASPEYRES	127,5	118,3	119,8	87,4	153,3	101,7
PAASCHE	114,1	105,9	115,3	384,1	133,8	88,7
FISHER	120,6	111,9	117,5	85,7	143,2	95,0

- On observe sur le tableau si dessus que l'indice de PAASCHE est toujours inférieur à celui de LASPEYRES.
- On dit que **LASPEYRES surestime** la situation et **PAASCHE sous-estime** la situation.

Chapitre 3

LES SÉRIES

3.1. TAUX D'ÉVOLUTION GLOBAL ET MOYEN

3.1.1 Données

2010	2015	2020	Années
60	-40	8	Taux en %

3.1.2 Taux d'évolution global

• Calcul des coefficient multiplicateur : 60 % $\Rightarrow$ 1.6, 40 % $\Rightarrow$ 0.6, 8 % $\Rightarrow$ 1.08.

• On multiplie les coefficients multiplicateurs : $C_m = C_{m1} * C_{m2} * C_{mn}$

$\Rightarrow C_m = 1.6 * 0.6 * 1.08 \Rightarrow C_m = 1.0368$.

• On calcule le taux d'évolution global $(C_m - 1) * 100$

$\Rightarrow$ Taux d'évolution globale = 3.68 %

3.1.3 Taux d'évolution moyen

• Calcul des coefficient multiplicateur : 60 % $\Rightarrow$ 1.6, 40 % $\Rightarrow$ 0.6, 8 % $\Rightarrow$ 1.08.

• On fait la moyenne géométrique des coefficients multiplicateurs : $C_g = (C_{m1} * C_{m2} * C_{mn})^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow C_g = (1.6 * 0.6 * 1.08)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow C_g = 1.01208$.

• On calcule le taux d'évolution moyen $(C_g - 1) * 100$

$\Rightarrow$ Taux d'évolution moyen = 1.21 %

3.2. MÉTHODE DES MOINDRES CARRÉS

WP-CMS

Années	(N)	(CA)	4.5			
X_i	X	Y	$X - \bar{X}$	$Y - \bar{Y}$	$(X - \bar{X}) * (Y - \bar{Y})$	$(X - \bar{X})^2$
4.5	1	40	-3.5	-33.75	118.12	12.25
4	2	60	-2.5	-13.75	34.38	6.25
8	3	50	-1.5	-23.75	35.62	2.25
12	4	80	-0.5	6.25	-3.12	0.25
16	5	70	0.5	-3.75	-1.88	0.25
16	6	90	1.5	16.25	24.38	2.25
16	7	105	2.5	31.25	78.12	6.25
16	8	95	3.5	21.25	74.38	12.25
Total	36	590			360	42
Moyenne	4.5	73.75				

La formule : $Y = ax + b$

- $a = \frac{(X - \bar{X}) * (Y - \bar{Y})}{(X - \bar{X})^2} \Rightarrow a = \frac{360}{42} \Rightarrow a = 8.57$

• Rappel $\bar{X} = 4.5$, $\bar{Y} = 73.75$ et $a = 8.57$.

- $Y = ax + b \Rightarrow \bar{Y} = a\bar{X} + b \Rightarrow b = \bar{Y} - a\bar{X} \Rightarrow b = 35.18$.

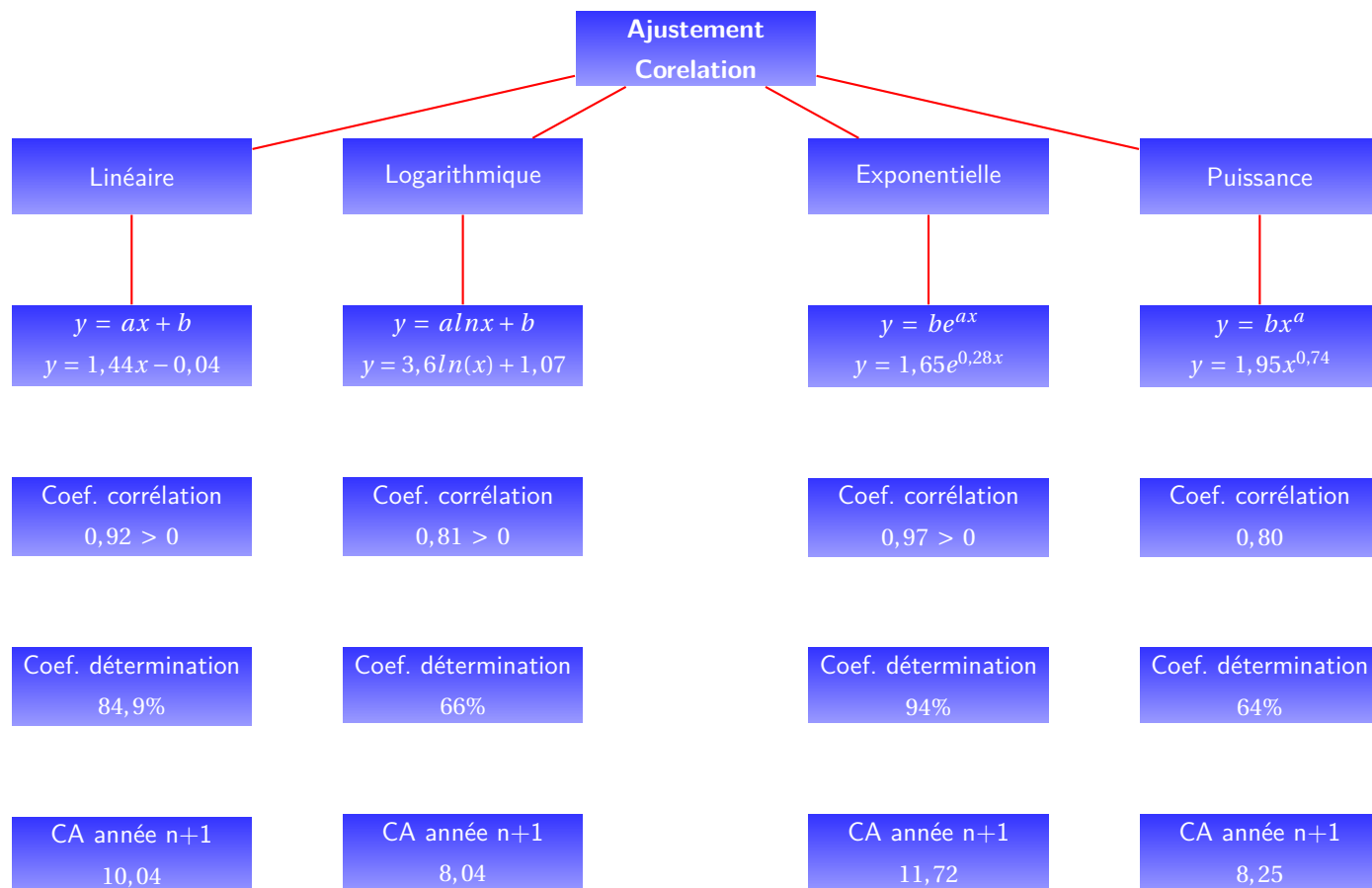
DONC $Y = 8.57x + 35.18$

Simulation du CA 2023 : $X = 9 \Rightarrow y = 8,57 * 9 + 35,18 = 112,32$

Chapitre 4

STATISTIQUES A DEUX VARIABLES

4.1. UN SCHÉMA SIMPLE POUR TOUT COMPRENDRE

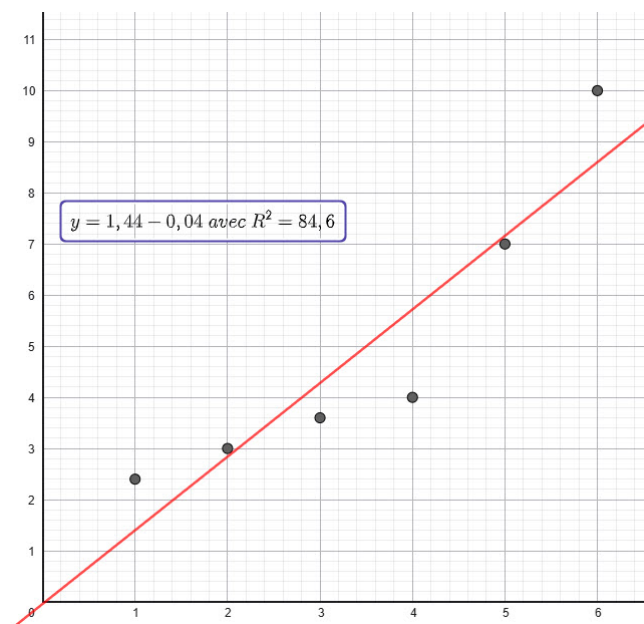


1 - Coefficient de corrélation, on note r avec $-1 \leq r \leq +1$. DX, distribution X et DY, distribution de Y.

SI r tend vers -1 ou +1, **ALORS** la corrélation est forte.

S $r < 0$ **ALORS** DX et DY évolue en sens opposé. **SI** $r > 0$ **ALORS** DX et DY évolue dans le même sens.

2 - Coefficient de détermination, on note $R^2 = (r)^2 * 100 \Rightarrow$ **Taux de fiabilité de la méthode utilisée.**



x_i	y_i	$X - \bar{X}$	$Y - \bar{Y}$	$(X - \bar{X})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$	$(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})$	$y = ax_i + b$
1	2,4	-2,5	-2,6	6,25	6,76	6,5	1,4
2	3	-1,5	-2	2,25	4	3	2,84
3	3,6	-0,5	-1,4	0,25	1,96	0,70	4,28
4	4	0,5	-1	0,25	1	-0,5	5,72
5	7	1,5	2	2,25	4	3	7,16
6	10	2,5	5	6,25	25	12,5	8,60
21	30	0	0	17,5	42,72	25,20	30
3,5	5						
$\bar{X}$	$\bar{Y}$						

- $Y = ax + b$

- Formule pour a : $a = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum (X - \bar{X})^2}$

On calcul $a \Rightarrow \frac{25,20}{17,5} = 1,44$

- Formule pour b : $b \Rightarrow \bar{Y} = a\bar{X} + b \Rightarrow b = \bar{Y} - a\bar{X}$

On calcul $b \Rightarrow b = 5 - (1,44 * 3,5) = -0,04$

- Notre équation d'ajustement linéaire : $y = 1,44x - 0,04$

- Coefficient de corrélation $r = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2} * \sqrt{\sum (Y - \bar{Y})^2}}$

On calcul $r \Rightarrow r = \frac{25,20}{\sqrt{17,5} * \sqrt{42,72}} = 0,92$

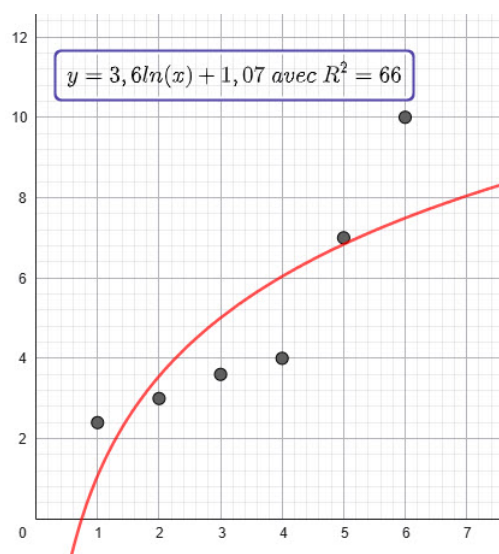
- Coefficient de détermination $R^2 = r^2 * 100$

On calcul $r \Rightarrow R^2 = 84,9 \%$

- Chiffre d'affaire année n+1 $y = 1,44 * 7 - 0,04 = 10,04$

4.3. CORRÉLATION ET AJUSTEMENT LOGARITHMIQUE.

WP-CMS



x_i	$\ln(x_i)$	y_i	$X - \bar{X}$	$Y - \bar{Y}$	$(X - \bar{X})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$	$(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})$	$Y = a \ln x + b$
1	0	2,4	-1,10	-2,6	1,20	6,76	2,89	1,07
2	0,69	3	-0,39	-2	0,16	4	0,81	3,55
3	1,10	3,6	0	-1,4	0	1,96	0	5,01
4	1,39	4	0,29	-1	0,08	1	-0,29	6,04
5	1,61	7	0,51	2	0,26	4	1,03	6,84
6	1,79	10	0,69	5	0,48	25	3,48	7,49
-	6,58	30	0	0	2,20	42,72	7,87	30
-	1,10	5						
-	$\bar{X}$	$\bar{Y}$						

• $Y = a \ln x + b$

• Formule pour a : $a = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\text{d\'e} \sum (X - \bar{X})^2}$

On calcul $a \Rightarrow \frac{7,87}{2,20} = 3,6$

• Formule pour b : $b \Rightarrow \bar{Y} = a \bar{\ln x} + b \Rightarrow \bar{Y} = a \bar{X} + b \Rightarrow b = \bar{Y} - a \bar{X}$

On calcul $b \Rightarrow b = 5 - (3,6 * 1,10) = 1,07$

• Notre \'equation d'ajustement lin\'eaire : $y = 3,6 \ln(x) + 1,07$

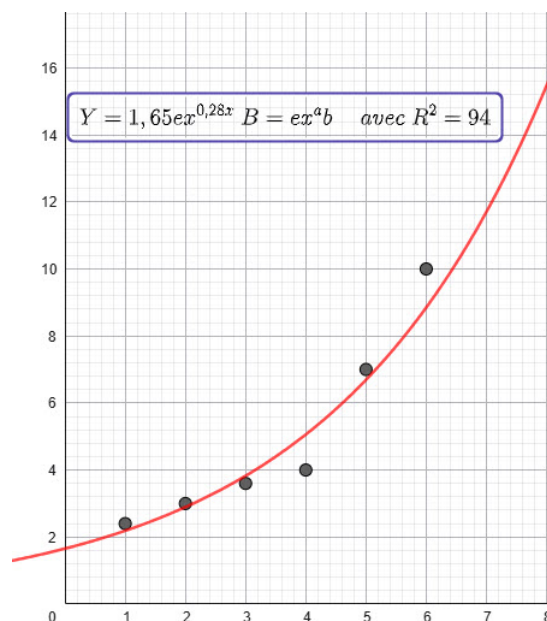
• Coefficient de corr\'elation $r = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2} * \sqrt{\sum (Y - \bar{Y})^2}}$

On calcul $r \Rightarrow r = \frac{7,87}{\sqrt{2,20} * \sqrt{42,72}} = 0,81$

• Coefficient de d\'etermination $R^2 = r^2 * 100$

On calcul $r \Rightarrow R^2 = 66 \%$

• Chiffre d'affaire ann\'ee n+1 $y = 3,6 \ln(7) + 1,07 = 8,04$



x_i	y_i	$\ln(y_i)$	$X - \bar{X}$	$Y - \bar{Y}$	$(X - \bar{X})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$	$(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})$	$y = ae^{bx_i}$
1	2,4	0,88	-2,5	-0,61	6,25	0,37	1,52	
2	3	1,10	-1,5	-0,38	2,25	0,15	0,57	
3	3,6	1,28	-0,5	-0,20	0,25	0,04	0,10	
4	4	1,39	0,5	-0,10	0,25	0,01	-0,05	
5	7	1,95	1,5	0,46	2,25	0,22	0,70	
6	10	2,30	2,5	0,82	6,25	0,67	2,05	
21	-	8,89	0	0	17,5	1,45	4,89	30
3,5		1,48				-		
$\bar{X}$		$\bar{Y}$				-		

• $Y = Be^{ax} = e^{ax+b}$ avec $B = e^b$

• Formule pour a : $a = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum (X - \bar{X})^2}$

On calcul $a \Rightarrow \frac{4,89}{17,5} = 0,28$

• Formule pour b : $b \Rightarrow \bar{Y} = a\bar{X} + b \Rightarrow b = \bar{Y} - a\bar{X}$

On calcul $b \Rightarrow b = 1,48 - (0,28 * 3,5) = 0,5$

• Notre équation d'ajustement linéaire : $y = e^{0,28x+0,5} = 1,65e^{0,28x}$

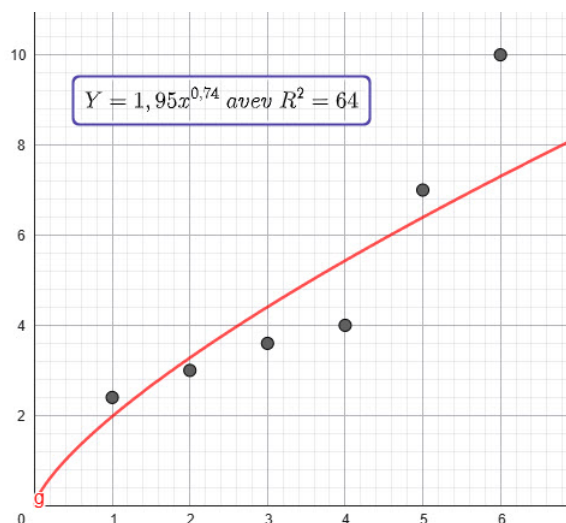
• Coefficient de corrélation $r = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2} * \sqrt{\sum (Y - \bar{Y})^2}}$

On calcul $r \Rightarrow r = \frac{4,89}{\sqrt{17,5} * \sqrt{1,45}} = 0,97$

• Coefficient de détermination $R^2 = r^2 * 100$

On calcul $r \Rightarrow R^2 = 94 \%$

• Chiffre d'affaire année n+1 $y = 1,65e^{0,28*7} = 11,72$



x_i	y_i	$X \ln(x)$	$X \ln(y)$	$X - \bar{X}$	$Y - \bar{Y}$	$(X - \bar{X})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$	$(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})$	$y = ax_i + b$
1	2,4	0	0,88	-1,10	-0,60	1,20	0,37	1,95	
2	3	0,69	1,10	-0,39	-0,38	0,16	0,15	3,26	
3	3,6	1,10	1,28	0	-0,20	0	0,04	4,41	
4	4	1,39	1,39	0,29	-0,09	0,08	0,01	5,45	
5	7	1,61	1,95	0,51	0,47	0,26	0,22	6,43	
6	10	1,79	2,30	0,69	0,82	0,48	0,67	7,36	
-	-	6,58	8,99	0	0	1,71	1,45	1,27	
-	-	1,10	1,48				-		
		$\bar{X}$	$\bar{Y}$				-		

- $Y = Bx^a$

- Formule pour a : $a = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum (X - \bar{X})^2}$

On calcul $a \Rightarrow \frac{1,27}{1,71} = 0,74$

- Formule pour b : $b \Rightarrow \bar{Y} = a\bar{X} + b \Rightarrow b = \bar{Y} - a\bar{X}$

On calcul $b \Rightarrow b = 1,48 - (0,74 * 1,10) = 0,67 \Rightarrow b = 0,67 \Rightarrow B = e^{0,67} = 1,95$

- Notre équation d'ajustement linéaire : $y = 1,95x^{0,74}$

- Coefficient de corrélation $r = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2} * \sqrt{\sum (Y - \bar{Y})^2}}$

On calcul $r \Rightarrow r = \frac{1,27}{\sqrt{1,71} * \sqrt{1,45}} = 0,80$

- Coefficient de détermination $R^2 = r^2 * 100$

On calcul $r \Rightarrow R^2 = 64 \%$

- Chiffre d'affaire année $n+1$ $y = 1,95 * 7^{0,74} = 8,25$